Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
"САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"

Е.Г. Репина, Е.И. Суханова

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА В ТАБЛИЧНОМ РЕДАКТОРЕ MS EXCEL

Практикум

Самара
Издательство
Самарского государственного экономического университета
2019

УДК 519.2(076)
ББК В17/172я7
Р41

Рецензенты: кафедра прикладной математики и информатики Самарского государственного технического университета (зав. кафедрой д-р физ.-мат. наук, проф. В.П. Радченко);
д-р физ.-мат. наук, проф. кафедры наноинженерии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева С.И. Харитонов

Издается по решению редакционно-издательского совета университета

Репина, Евгения Геннадьевна.
Р41 Теория вероятностей и математическая статистика в табличном редакторе MS Excel [Электронный ресурс] : практикум / Е.Г. Репина, Е.И. Суханова. - Самара : Изд-во Самар. гос. экон. ун-та, 2019. - 1 электрон. опт. диск. - Систем. требования: процессор Intel с тактовой частотой 1,3 ГГц и выше ; 256 Мб ОЗУ и более ; MS Windows XP/Vista/7/10 ; Adobe Reader ; разрешение экрана 1024·768 ; привод CD-ROM. - Загл. с титул. экрана. - № госрегистрации: 0322000581.
ISBN 978-5-94622-982-1

Практикум содержит решения типовых задач и индивидуальные задания по основным разделам курса "Теория вероятностей и математическая статистика". Рассматриваются функциональные возможности табличного редактора MS Excel для проведения расчетов в задачах по разделам математической статистики. Подробно описан алгоритм работы с некоторыми встроенными математическими и статистическими функциями. В практикум включены необходимые для решения задач математико-статистические таблицы. Приведены ответы к задачам всех вариантов индивидуальных заданий.

Практикум разработан в соответствии с рабочей программой дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика", а также с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по подготовке бакалавров по направлениям "Экономика", "Менеджмент", "Социология" и др. Адресуется студентам бакалавриата Самарского государственного экономического университета всех форм обучения.

УДК 519.2(076)
ББК В17/172я7

ISBN 978-5-94622-982-1

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Для качественного формирования компетенций, предусмотренных Федеральным государственным стандартом высшего образования при изучении дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика", требуется выполнить индивидуальное задание, включающее в себя задачи по всем разделам данной дисциплины. Индивидуальное задание содержит 9 задач, отдельные из которых необходимо выполнить с применением табличного редактора MS Excel.

Прежде чем приступать к решению задач индивидуального задания, необходимо изучить теоретический материал по соответствующей теме дисциплины. Для этого, кроме конспекта лекций преподавателя, можно воспользоваться любым источником из раздела "Рекомендуемая литература". Затем следует разобрать решенные задачи в разделе "Образец выполнения типовых задач индивидуального задания", где перед решением каждой задачи даются ссылки на теоретический материал по указанным ниже учебным пособиям.

1. Репин, О.А. Математика для экономистов. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учеб. пособие / О.А. Репин, Е.И. Суханова, Л.К. Ширяева. - Самара : Изд-во Самар. гос. экон. ун-та, 2017.

2. Репин, О.А. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст] : учеб. пособие / О.А. Репин, Е.И. Суханова, Л.К. Ширяева. - Москва : Вега-Инфо, 2009.

Номер варианта индивидуального задания студент выбирает по первой букве своей фамилии в соответствии с таблицей:

Первая буква фамилии студента	**Номер варианта индивидуальных заданий**
1	**2**
А, Б	1
В, Г	2
Д, Е, Ж	3
З, И, К	4
Л, М	5

Окончание таблицы

1	2
Н, О	6
П, Р, С	7
Т, У, Ф, Х	8
Ц, Ч, Ш	9
Щ, Э, Ю, Я	10

Индивидуальное задание сдается на проверку в печатном виде.

На титульном листе необходимо указать свою фамилию и инициалы, название института, направление, образовательную программу и номер варианта. Перед решением каждой задачи следует указать ее номер и записать полностью условие. Решения задач требуется излагать подробно с объяснением всех действий. При необходимости для решения задач следует использовать приложения 1-6.

После получения отрецензированной работы нужно исправить отмеченные ошибки, переделать (при наличии) неверно выполненные задачи и вновь отдать работу на проверку.

Рецензии подлежат только работы, выполненные по варианту индивидуального задания, соответствующему первой букве фамилии студента.

ОБРАЗЦЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ ИНДИВИДУАЛЬНОГО ЗАДАНИЯ

1. Непосредственный подсчет вероятностей

Из 10 проданных за день холодильников 4 имеют скрытые дефекты. Найти вероятность того, что среди выбранных наудачу пяти холодильников будет: а) два холодильника без скрытых дефектов; б) не более одного холодильника со скрытыми дефектами; в) хотя бы один холодильник со скрытым дефектом.

Литература: [1], гл. 1, с. 7-13;
[2], гл. 1, с. 4-11.

Решение

а) Событие A: пусть среди выбранных наудачу пяти холодильников будет два холодильника без скрытых дефектов. Число равновозможных, единственно возможных и несовместных исходов определяется как

$$N = C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!},$$

где $n = 10$, $m = 5$ (порядок выбора холодильников не важен). Таким образом,

$$N = C_{10}^5 = \frac{10!}{5!\cdot 5!} = \frac{6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5} = 252.$$

Число благоприятствующих событию А исходов определяется по следующей схеме. Отобрано пять холодильников, из которых два без скрытых дефектов. Эти два холодильника без дефектов могут появиться как сочетания из 6 по 2 (всего 6 холодильников без дефектов), т.е. C_6^2, а 3 дефектных холодильника - как сочетания из 4 по 3, т.е. C_4^3. Так как каждая пара дефектных холодильников рассматривается в сочетании с каждой тройкой недефектных холодильников, то

$$M_A = C_6^2 \cdot C_4^3 = \frac{6!}{2!\cdot 4!}\cdot\frac{4!}{3!\cdot 1!} = \frac{5\cdot 6}{1\cdot 2}\cdot 4 = 60.$$

Согласно классическому определению вероятности

$$P(A) = \frac{M_A}{N}$$

находим, что

$$P(A) = \frac{M_A}{N} = \frac{60}{252} = 0,238.$$

б) Событие B: пусть среди выбранных наудачу пяти холодильников не более одного со скрытыми дефектами, т.е. или все холодильники без скрытых дефектов, или один с дефектами и четыре без дефектов. Число равновозможных, единственно возможных и несовместных исходов вычисляется аналогично пункту а), т.е. $N = C_{10}^5 = 252$. Число случаев, благоприятствующих событию B, вычисляется следующим образом:

$$M_B = C_4^0 \cdot C_6^5 + C_4^1 \cdot C_6^4 = \frac{6!}{5!\cdot 1!} + \frac{4!}{1!\cdot 3!} \cdot \frac{6!}{4!\cdot 2!} = 6 + 4 \cdot 15 = 66.$$

Согласно классическому определению вероятности

$$P(B) = \frac{M_B}{N} = \frac{66}{252} = 0,2619.$$

в) Событие C: пусть среди выбранных наудачу пяти холодильников хотя бы один имеет скрытый дефект, т.е. один или более. Вероятность события С проще вычислить, используя противоположное событие $\overline{C}$ - все холодильники без дефектов. Число равновозможных, единственно возможных и несовместных исходов вычисляется аналогично пункту а), т.е. $N = C_{10}^5 = 252$. Число исходов, благоприятствующих событию $\overline{C}$, вычисляется следующим образом:

$$M_{\overline{C}} = C_4^0 \cdot C_6^5 = \frac{6!}{5!\cdot 1!} = 6.$$

Согласно классическому определению вероятности

$$P(\overline{C}) = \frac{M_{\overline{C}}}{N} = \frac{6}{252} = 0,0238.$$

Так как $P(C) + P(\overline{C}) = 1,$ то $P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - 0,0238 = 0,9762.$

2. Основные теоремы теории вероятностей

На автостоянку прибыли три бензовоза с различных нефтеперерабатывающих заводов. Вероятность несоответствия октанового числа бензина ГОСТу в первом бензовозе составила 0,16; во втором - 0,2; в третьем - 0,1. Служба контроля качества берет пробы из каждого бензовоза. Укажите, какова вероятность того, что эксперты обнаружат бензин, соответствующий ГОСТу:

а) во всех бензовозах;

б) в двух бензовозах;

в) хотя бы в двух бензовозах.

Литература: [1], гл. 2, с. 14-23;
[2], гл. 1, с. 12-14.

Решение

Введем обозначения:

событие A_1 - проба бензина из первого бензовоза соответствует ГОСТу,

событие A_2 - проба бензина из второго бензовоза соответствует ГОСТу,

событие A_3 - проба бензина из третьего бензовоза соответствует ГОСТу.

В условии задачи даны вероятности противоположных событий $\overline{A}_1, \overline{A}_2, \overline{A}_3$, т.е. несоответствия ГОСТу пробы бензина из первого, второго и третьего бензовозов, соответственно. Так как $P(A_1) + P(\overline{A}_1) = 1$, получаем $P(A_1) = 1 - P(\overline{A}_1) = 1 - 0{,}16 = 0{,}84.$ Аналогично находим, что $P(A_2) = 1 - P(\overline{A}_2) == 1 - 0{,}2 = 0{,}8,$ $P(A_3) = 1 - P(\overline{A}_3) = 1 - 0{,}1 = 0{,}9.$

а) Событие A: пусть проба бензина соответствует ГОСТу во всех бензовозах.

Событие A является сложным и может быть представлено следующим образом: $A = A_1$ и A_2 и A_3 (и в первом, и во втором, и в третьем бензовозах качественный бензин). События A_1, A_2, A_3 независимы. По теореме умножения вероятностей для независимых событий следует, что $P(A$ и $B) = P(A) \cdot P(B)$.

В нашем случае для трех независимых событий получаем

$P(A) = P(A_1$ и A_2 и $A_3) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0{,}84 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}9 = 0{,}6048.$

б) Событие B: пусть пробы бензина соответствуют ГОСТу только в двух бензовозах (неважно каких). Событие B является сложным и может быть представлено так:

$B = \{(A_1 \text{ и } A_2 \text{ и } \overline{A}_3) \text{или} (A_1 \text{ и } \overline{A}_2 \text{ и } A_3) \text{или} (\overline{A}_1 \text{ и } A_2 \text{ и } A_3)\},$ где событие $(A_1 \text{ и } A_2 \text{ и } \overline{A}_3)$ означает, что только в первом и втором бензовозах качественный бензин, а в третьем проба бензина не соответствует ГОСТу; событие $(A_1 \text{ и } \overline{A}_2 \text{ и } A_3)$ означает, что только в первом и третьем бензовозах качественный бензин, а во втором он не соответствует ГОСТу; событие $(\overline{A}_1 \text{ и } A_2 \text{ и } A_3)$ означает, что во втором и третьем бензовозах качественный бензин, а в первом он не соответствует ГОСТу. Рассмотренные события несовместны, при этом необходимо определить вероятность наступления одного из них, поэтому воспользуемся теоремой сложения вероятностей для несовместных событий:

$$P(B) = P\{(A_1 \text{ и } A_2 \text{ и } \overline{A}_3) \text{или} (A_1 \text{ и } \overline{A}_2 \text{ и } A_3) \text{или } (\overline{A}_1 \text{ и } A_2 \text{ и } A_3)\} =$$
$$= P(A_1 \text{ и } A_2 \text{ и } \overline{A}_3) + P(A_1 \text{ и } \overline{A}_2 \text{ и } A_3) + P(\overline{A}_1 \text{ и } A_2 \text{ и } A_3).$$

Применив теорему умножения вероятностей для независимых событий, получим

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(\overline{A}_3) + P(A_1) \cdot P(\overline{A}_2) \cdot P(A_3) + P(\overline{A}_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3);$$
$$P(B) = 0{,}84 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}1 + 0{,}84 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}9 + 0{,}16 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}9 = 0{,}3336.$$

в) Событие C: пусть хотя бы в двух бензовозах бензин соответствует ГОСТу. Событие C является сложным и может быть представлено как $C = \{(A_1 \, и \, A_2 \, и \, \overline{A}_3)$, или $(A_1 \, и \, \overline{A}_2 \, и \, A_3)$, или $(\overline{A}_1 \, и \, A_2 \, и \, A_3)$, или $(A_1 \, и \, A_2 \, и \, A_3)\}$, т.е. в данный момент пробы бензина соответствуют ГОСТу в любых двух бензовозах или во всех трех бензовозах. Применяя теорему сложения вероятностей для несовместных событий и теорему умножения вероятностей для независимых событий, найдем вероятность события C:

$$P(C) = P\{(A_1 \, и \, A_2 \, и \, \overline{A}_3), \text{ или} (A_1 \, и \, \overline{A}_2 \, и \, A_3), \text{ или } (\overline{A}_1 \, и \, A_2 \, и \, A_3), \text{или} P(A_1 \, и \, A_2 \, и \, A_3)\}.$$

$$P(C) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(\overline{A}_3) + P(A_1) \cdot P(\overline{A}_2) \cdot P(A_3) + P(\overline{A}_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) +$$
$$+P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0{,}84 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}1 + 0{,}84 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}9 + 0{,}16 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}9 + 0{,}84 \times$$
$$\times 0{,}8 \cdot 0{,}9 = 0{,}9384.$$

3. Формула полной вероятности. Формула Байеса

В магазин спортивных товаров поступили коньки двух производителей. Количество коньков, изготовленных каждым производителем, соотносится как 2:3. Известно, что у 12% изделий первого производителя отмечается повышенная жесткость запятника. Для второго производителя этот показатель составляет 10%. а) Найдите вероятность приобретения коньков с повышенной жесткостью запятника. б) Покупатель приобрел коньки с повышенной жесткостью запятника. Какова вероятность того, что коньки изготовлены вторым производителем?

Литература: [1], гл. 2, с. 23-26;
[2], гл. 1, с. 24-26.

Решение

Событие B: пусть приобретенные коньки оказались с повышенной жесткостью запятника. Это событие может произойти только вместе с одним из двух событий-гипотез:

событие A_1 - коньки изготовлены первым производителем;

событие A_2 - коньки изготовлены вторым производителем.

События A_1, A_2, образуют полную группу событий. Из условия задачи ясно, что количество коньков, произведенных каждым производителем, соотносится как 2:3. Отсюда находим, что

$$P(A_1) = \frac{2}{5}; \; P(A_2) = \frac{3}{5}.$$

В тексте задачи даны условные вероятности события B (случайным образом отобранные коньки с повышенной жесткостью запятника) при гипотезах A_1, A_2:

$$P_{A_1}(B) = 0{,}12; P_{A_2}(B) = 0{,}1.$$

а) Вероятность события B найдем по формуле полной вероятности:

$$P(B) = P(A_1) \cdot P_{A_1}(B) + P(A_2) \cdot P_{A_2}(B) = \frac{2}{5} \cdot 0{,}12 + \frac{3}{5} \cdot 0{,}1 = 0{,}108.$$

б) Приобретенные покупателем коньки оказались с повышенной жесткостью запятника, т.е. событие B наступило. Вероятность того, что эти коньки изготовлены вторым производителем, вычисляем по формуле Байеса:

$$P_B(A_2) = \frac{P(A_2) \cdot P_{A_2}(B)}{P(B)} = \frac{P(A_2) \cdot P_{A_2}(B)}{P(A_1) \cdot P_{A_1}(B) + P(A_2) + P_{A_2}(B)} =$$

$$= \frac{\frac{3}{5} \cdot 0{,}1}{\frac{2}{5} \cdot 0{,}12 + \frac{3}{5} \cdot 0{,}1} \approx 0{,}5556.$$

4. Дискретная случайная величина

Дискретная случайная величина X задана следующим распределением:

x_i	-1	2	3	4
p_i	0,1	?	0,4	0,3

Найдите вероятность того, что случайная величина принимает значение 2 ($x_2 = 2$). Составьте интегральную функцию и постройте ее график. Вычислите числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание ($M(X)$), дисперсию ($D(X)$), среднее квадратическое отклонение ($\sigma(X)$).

Литература: [1], гл. 4. с. 34-62;
[2], гл. 2. с. 44-62.

Решение

Согласно условию $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$ найдем неизвестную вероятность:

$$p_2 = 1 - (0{,}1 + 0{,}4 + 0{,}3) = 0{,}2.$$

По определению интегральная функция $F(x) = P(X < x)$.

Пусть $x \le -1$. Тогда $F(x) = P(X < x \le -1) = P(X < -1) = 0,$ так как случайная величина X не может принимать значения меньшие -1 по условию задачи.

При $-1 < x \le 2$ можно записать следующее равенство:

$$F(x) = P(X < 2) = P(X = -1) = 0,1.$$

При $2 < x \le 3$. $F(x) = P(X < 3) = P(X = -1) + P(X = 2) = 0,1 + 0,2 = = 0,3$.

При $3 < x \le 4$. $F(x) = P(X < 4) = P(X = -1) + P(X = 2) + P(X = 3) = = 0,1 + 0,2 + 0,4 = 0,7$

При $x > 4$, пусть $x = 5$. Тогда $F(x) = P(X < 5) = P(X = -1) + P(X = = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = 0,1 + +0,2 + 0,4 + 0,3 = 1$.

Таким образом:

$$F(x) = \begin{cases} 0; x \le -1, \\ 0,1; -1 < x \le 2, \\ 0,3; 2 < x \le 3, \\ 0,7; 3 < x \le 4, \\ 1; x > 4. \end{cases}$$

График интегральной функции представляет собой разрывную ступенчатую линию (рис.1).

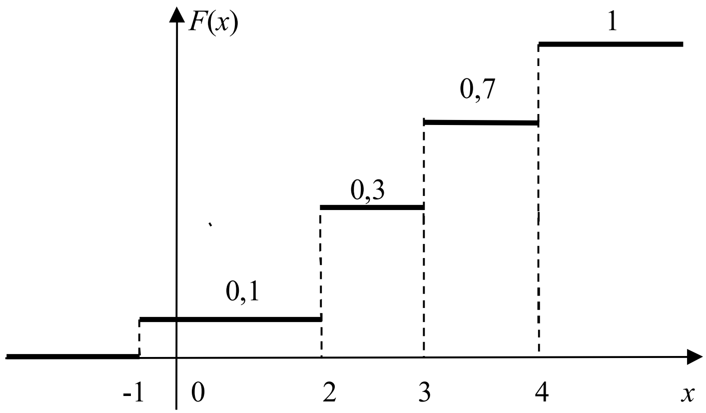


Рис. 1. **Интегральная функция распределения дискретной случайной величины**

Числовые характеристики дискретной случайной величины X вычисляются по следующим формулам:

$$M(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i; \; D(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - M(X))^2 \cdot p_i;$$

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2;$$

$$M(X^2) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot p_i; \ \sigma(X) = \sqrt{D(X).}$$

Тогда математическое ожидание

$$M(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i \cdot p_i = -1 \cdot 0{,}1 + 2 \cdot 0{,}2 + 3 \cdot 0{,}4 + 4 \cdot 0{,}3 = 2{,}7.$$

Дисперсия $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$, где

$$M(X^2) = \sum_{i=1}^{4} x_i^2 \cdot p_i = (-1)^2 \cdot 0{,}1 + 2^2 \cdot 0{,}2 + 3^2 \cdot 0{,}4 + 4^2 \cdot 0{,}3 = 9{,}3;$$

$$D(X) = 9{,}3 - (2{,}7)^2 = 2{,}01.$$

Среднее квадратическое отклонение $\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{2{,}01} \approx 1{,}42.$

5. Непрерывная случайная величина: нормальный закон распределения

Настриг шерсти у овец алтайской породы представляет собой случайную величину, распределенную по нормальному закону. Средняя масса настриженной шерсти 8,8 кг, а среднее квадратическое отклонение 0,6 кг. Найти вероятность того, что масса настриженной шерсти будет колебаться в пределах от 8,4 до 9,4 кг. В каких пределах можно гарантировать настриг шерсти у овец данной породы с вероятностью 0,95?

Литература: [1], гл. 5, с. 81-95;
[2], гл. 2, с. 76-78.

Решение

Масса настриженной шерсти - случайная величина X, имеющая нормальный закон распределения с параметрами $a = M(X) = 8{,}8$ кг; $\sigma(X) = 0{,}6$ кг.

а) Для нахождения вероятности попадания нормально распределенной случайной величины в определенный интервал применим формулу

$$P(\alpha < X < \beta) = \Phi(\frac{\beta - a}{\sigma}) - \Phi(\frac{\alpha - a}{\sigma}).$$

Тогда

$$P(8{,}4 < X < 9{,}4) = \Phi(\frac{9{,}4 - 8{,}8}{0{,}6}) - \Phi(\frac{8{,}4 - 8{,}8}{0{,}6}) = \Phi(1) - \Phi(-0{,}67) =$$

$$= \Phi(1) + \Phi(0{,}67) = 0{,}3413 + 0{,}2486 = 0{,}5899.$$

Здесь значения функции Лапласа $\Phi(1)$ и $\Phi(0{,}67)$ найдены по прил. 2.

б) Для определения интервала значений нормально распределенной случайной величины при заданной вероятности применяется формула

$$P(|X-a|)<\varepsilon)=2\Phi(\frac{\varepsilon}{\sigma}).$$

Учитывая, что неравенство $|X-a|<\varepsilon$ эквивалентно неравенству $a-\varepsilon<X<a+\varepsilon$, получим

$$P(a-\varepsilon<X<a+\varepsilon)=2\Phi(\frac{\varepsilon}{\sigma}).$$

По условию задачи данная вероятность равна 0,95. Тогда

$$2\Phi(\frac{\varepsilon}{\sigma})=0{,}95;$$

отсюда

$$\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)=0{,}475.$$

По таблице значений функции Лапласа (см. прил. 2) находим

$$\frac{\varepsilon}{\sigma}=1{,}96.$$

Отсюда $\varepsilon=1{,}96\cdot\sigma=1{,}96\cdot 0{,}6=1{,}176$. Таким образом, $8{,}8-1{,}176<$ $<X<8{,}8+1{,}176,$ или $7{,}624<X<9{,}976$. С вероятностью 0,95 можно утверждать, что настриг шерсти у овец алтайской породы составит от 7,624 до 9,976 кг.

6. Выборочный метод: не сгруппированные статистические данные

В результате выборочного обследования 10 предприятий обрабатывающей промышленности получены данные объемов основных фондов. Данные представлены в таблице:

№ п/п	Основные фонды, млн руб.	№ п/п	Основные фонды, млн руб.
1	5,56	6	5,85
2	5,33	7	5,10
3	5,64	8	5,58
4	5,43	9	5,62
5	5,42	10	5,15

Вычислите выборочные характеристики статистического распределения основных фондов предприятий обрабатывающей промышленности с применением табличного редактора MS Excel: минимальное значение признака в выборке, максимальное значение признака в выборке, среднюю выборочную, моду, медиану, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение.

Литература: [1], гл. 7, с. 125-128;

[2], гл. 4, с. 97-98; 108-110.

Решение

Для визуализации представленных в задаче статистических данных рационально построить столбиковую гистограмму с указанием значений (вариант) изучаемого признака для каждой единицы наблюдения. В данном случае изучаемый признак - это объем оборотных фондов, измеряемый в миллионах рублей, единицы наблюдения - конкретное предприятие. Объем выборки равен 10 (n=10).

Для построения гистограммы необходимо выделить диапазон значений признака с номером единицы наблюдения (рис. 2). В главном меню необходимо выбрать **ВСТАВКА-ГИСТОГРАММА-ГИСТОГРАММА С ГРУППИРОВКОЙ.**

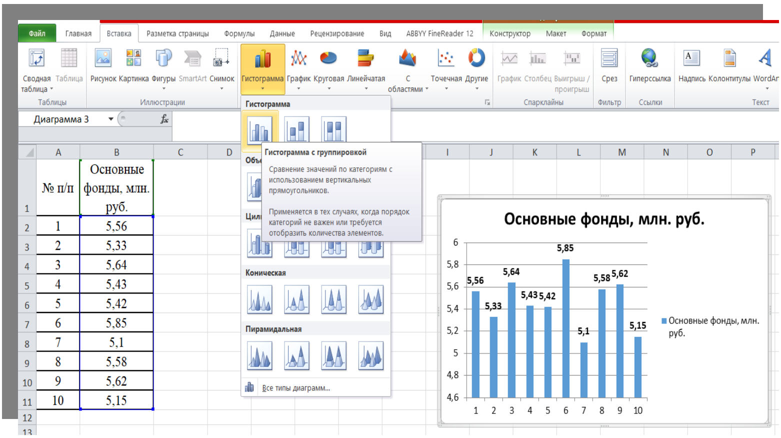


Рис. 2. **Один из вариантов графического представления статистических данных**

Для нанесения на гистограмму значений признака необходимо правой кнопкой мыши активировать опцию **ФОРМАТ ПОДПИСИ ДАННЫХ** (рис. 3).

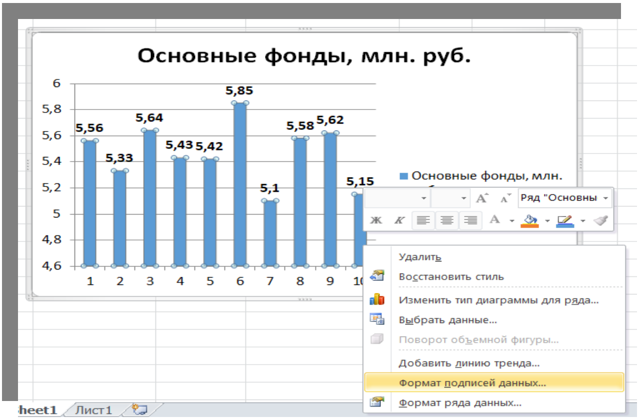


Рис. 3. **Подпись данных на гистограмме**

На рис. 3 отчетливо видно, что минимальный объем основных фондов наблюдается у предприятия № 7, а максимальный - у предприятия № 6. Однако, если объем выборки значительно больше, чем в данной задаче, визуально определить минимальное и максимальное значения изучаемого признака проблематично. В этом случае применяются математические функции табличного редактора MS Excel.

Для выбора необходимой функции в главном меню необходимо вызвать **ВСТАВКА-МАСТЕР ФУНКЦИЙ (f(x))**. Заметим, что, прежде чем вызывать функцию, в ячейке, в которой надо получить результат, необходимо поставить знак равенства. Иллюстрация применения функций **МИН** и **МАКС** представлена на рис. 4. Данные функции относятся к категории **"статистические"**.

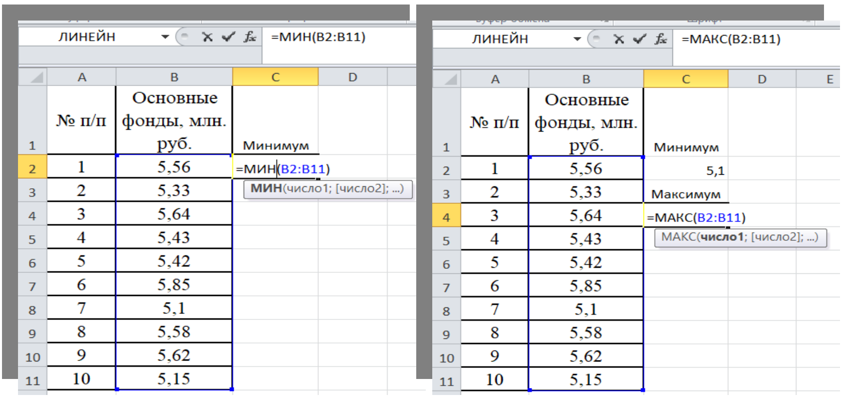


Рис. 4. **Функции МИН и МАКС**

Среднее значение объема оборотных фондов по выборке можно рассчитать с помощью функции **СРЗНАЧ**, которая так же, как и две предыдущие функции, относится к категории "статистические". Функция находит среднюю арифметическую простую по выделенному диапазону данных. Иллюстрация функции представлена на рис. 5.

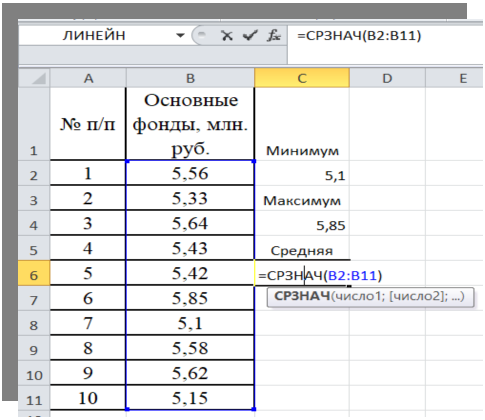


Рис. 5. **Функция СРЗНАЧ**

Структурные средние, такие как мода и медиана, находятся с помощью функций **МОДА** и **МЕДИАНА**, соответственно. Следует заметить, что мода в вариационном ряду может отсутствовать. Отсутствие моды происходит вследствие отсутствия повторений хоть одной варианты признака в вариационном ряду. Нахождение данных выборочных характеристик в табличном редакторе MS Excel осуществляется с выделением в аргументе функции того диапазона значений, среди которых происходит нахождение моды и медианы (рис. 6).

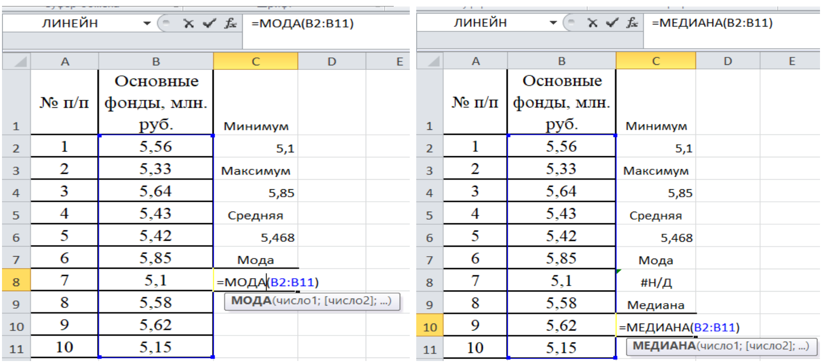
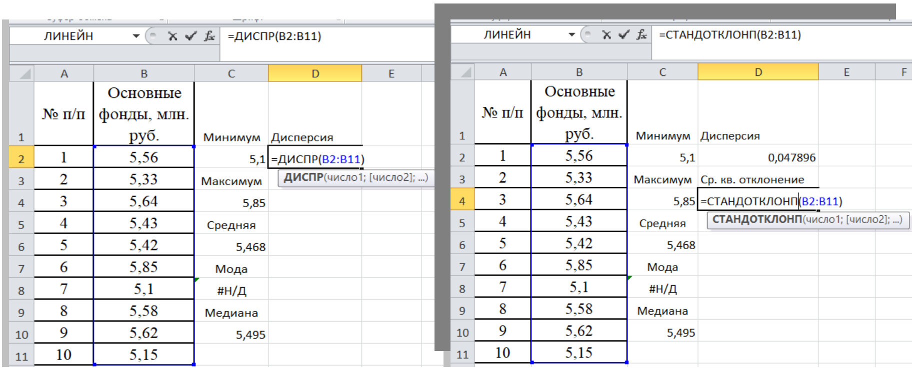


Рис. 6. **Функции МОДА и МЕДИАНА**

В данной задаче мода в вариационном ряду отсутствует. Результатом применения функции **МОДА** будет #Н/Д. В вариационном ряду нет наиболее часто встречающегося значения объема основных фондов предприятия обрабатывающей промышленности. 5,495 - это медиана, т.е. середина ранжированного вариационного ряда.

Выборочная дисперсия и выборочное среднее квадратическое отклонение - показатели вариации признака в выборке. Вычисление данных характеристик в табличном редакторе MS Excel осуществляется с применением отраженных на рис. 7 функций **ДИСПР** и **СТАНДОТКЛОНП** (категория "статистические"). В последних версиях MS Excel функции следующие: **ДИСПР.Г** и **СТАНДОТКЛОН.Г.** Итоги работы функций: $D_в = 0,048$; $\sigma_в = 0,219$. Таким образом, объем основных фондов предприятия обрабатывающей промышленности в выборке отличается от среднего значения в среднем на 0,219 млн руб.



ЛИНЕЙН =ДИСПР(B2:B11)

	A	B	C	D	E
1	№ п/п	Основные фонды, млн. руб.	Минимум	Дисперсия	
2	1	5,56	5,1	=ДИСПР(B2:B11)	
3	2	5,33	Максимум	ДИСПР(число1; [число2]; ...)	
4	3	5,64	5,85		
5	4	5,43	Средняя		
6	5	5,42	5,468		
7	6	5,85	Мода		
8	7	5,1	#Н/Д		
9	8	5,58	Медиана		
10	9	5,62	5,495		
11	10	5,15			

ЛИНЕЙН =СТАНДОТКЛОНП(B2:B11)

	A	B	C	D	E	F
1	№ п/п	Основные фонды, млн. руб.	Минимум	Дисперсия		
2	1	5,56	5,1	0,047896		
3	2	5,33	Максимум	Ср. кв. отклонение		
4	3	5,64	5,85	=СТАНДОТКЛОНП(B2:B11)		
5	4	5,43	Средняя	СТАНДОТКЛОНП(число1; [число2]; ...)		
6	5	5,42	5,468			
7	6	5,85	Мода			
8	7	5,1	#Н/Д			
9	8	5,58	Медиана			
10	9	5,62	5,495			
11	10	5,15				

Рис. 7. **Функции ДИСПР и СТАНДОТКЛОНП**

В следующей таблице приведены формулы для расчета выборочных характеристик статистического распределения по несгруппированным данным $x_1, x_2, ..., x_n$, где n - объем выборки:

Выборочная характеристика	**Формула**	**Функция MS EXCEL**
1	**2**	**3**
Средняя арифметическая простая	$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$	= СРЗНАЧ ()
Медиана	Если $n = 2i, x_{Me} = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}$; Если $n = 2i+1, x_{Me} = x_{i+1}$.	= МЕДИАНА ()

Окончание таблицы

1	2	3
Мода	$x_{Mo} = x_r, (m_r = \max\{m_i\})$	= МОДА ()
Выборочная дисперсия	$D_в = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$	= ДИСПР ()
Выборочное среднее квадратическое отклонение	$\sigma_в = \sqrt{D_в}$	= СТАНДОТКЛОНП ()

7. Выборочный метод: сгруппированные статистические данные

В таблице представлены данные по числу сделок 50 инвесторов на фондовой бирже за 1-й квартал:

Число сделок на бирже, шт. (x_i)	1	2	5	7	8
Число инвесторов, чел. (m_i)	8	7	12	6	5

Вычислить выборочную среднюю ($\overline{x}_в$), моду (x_{Mo}), медиану (x_{Me}), размах вариации (R), дисперсию ($D_в$), среднее квадратическое отклонение ($\sigma_в$), коэффициент вариации (V).

Литература: [1], гл. 7, с. 125-130;
[2], гл. 4, с. 97-112.

Решение

Признак X - число сделок на фондовой бирже за квартал. Для расчета выборочных характеристик данного распределения удобнее использовать таблицу:

Число сделок за квартал (x_i, сделок)	**Число инвесторов (m_i)**	$x_i m_i$	**Н(x_i)**	$(x_i - \overline{x}_B)^2 m_i$	$x_i^2 m_i$
1	6	6	0	91,26	6
2	10	20	6	84,1	40
5	14	70	16	0,14	350
7	11	77	30	48,51	539
8	9	72	41	86,49	576
Итого	50	245	-	310,5	1511

$\overline{x}_B = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i \cdot m_i = \dfrac{245}{50} = 4{,}9$ (сделок) - среднее число сделок одного инвестора на фондовой бирже за 1-й квартал.

Легко убедиться, что в случае дискретного признака X в ранжированном вариационном ряду $x_j = x_i$ при $H(x_i) + 1 \le j \le H(x_i{+}1)$. Для рассматриваемого примера: $x_j = 5$ при $16 \le j \le 30$.

Объем выборки $n = 50$ - число четное. Пусть $n = 2j$, тогда $j = 25$. Поэтому медиана $x_{ме} = (x_j + x_{j+1})/2 = (x_{25} + x_{26})/2 = (5+5)/2 = 5$ (сделок).

Частота достигает максимума: $m_i = m_{\max} = 14$ при $x_i = 5$, поэтому мода $x_{мо} = 5$ (сделок).

Очевидно, $x_{мо} = x_{ме} \ne \overline{x}_в$. Таким образом, распределение признака X асимметричное.

Размах вариации $R = x_{\max} - x_{\min} = 8 - 1 = 7$ (сделок).

Дисперсию можно вычислить двумя способами:

1) $D_в = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}(x_i - \overline{x}_в)^2 \cdot m_i = \dfrac{310{,}5}{50} = 6{,}21.$

2) $D_в = \overline{x^2} - \overline{x}_B^2$, где $\overline{\mathrm{x}^2} = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot m_i = \dfrac{1511}{50} = 30{,}22.$

$$D_в = 30{,}22 - \left(4{,}9\right)^2 = 6{,}21.$$

Среднее квадратическое отклонение $\sigma_в = \sqrt{D_в} = \sqrt{6{,}21} \approx 2{,}49$, т.е. примерно 2 сделки. Количество сделок на фондовой бирже заключаемых инвестором за квартал отклоняется от среднего количества сделок на бирже за квартал в среднем на 2 сделки.

Коэффициент вариации $v = \dfrac{\sigma_в}{\overline{x}_в} \cdot 100\% = \dfrac{2{,}49}{4{,}9} \cdot 100\% \approx 50{,}82\%.$

На практике считают, что если $v < 33\%$, то совокупность однородная. В данном случае исследуемая совокупность неоднородная.

Замечание. Если в условии задан интервальный ряд распределения признака X, то сначала необходимо перейти к дискретному ряду, заменив интервалы их серединами.

8. Проверка статистических гипотез

8а. Гипотеза о нормальном законе распределения признака в генеральной совокупности

Установите при уровне значимости 0,05, случайно или значимо расхождение между эмпирическими и теоретическими частотами, которые вычислены исходя из предположения, что некоторый признак X распределен нормально:

$m_i^Э$	5	10	31	72	85	37	45
m_i^T	8	15	32	64	89	33	44

Литература: [1], гл. 9, с. 148-160;
[2], гл. 5, с. 135-143.

Решение

Выдвигаем нулевую гипотезу H_0 и ей конкурирующую H_1:

H_0: признак X имеет нормальный закон распределения.

H_1: признак X имеет закон распределения, отличный от нормального.

В данном случае рассматривается правосторонняя критическая область. Проверим гипотезу с помощью случайной величины $\chi^2 = \sum_{i=1}^{S} \frac{(m_i^Э - m_i^T)^2}{m_i^T}$, которая имеет распределение χ^2 с $k = s - 3 = 7 - 3 = 4$ степенями свободы. Вычислим наблюдаемое значение критерия χ^2 по выборочным данным. Расчеты представим в таблице:

	$m_i^Э$	m_i^T	$\frac{(m_i^Э - m_i^T)^2}{m_i^T}$
	5	8	1,13
	10	15	1,67
	31	32	0,03
	72	64	1,00
	85	89	0,18
	37	33	0,48
	45	44	0,02
Итого	285	285	4,51

Итак, $\chi^2_{набл} \approx 4,51$. По прил. 4 находим критическое значение $\chi^2_{крит}(0,05;4) = 9,5$. Сравниваем $\chi^2_{набл}$ и $\chi^2_{крит}(0,05;4)$.

Критическое значение статистики χ^2 вычисляется в табличном редакторе MS Excel с помощью функции **ХИ2ОБР** исходя из заданного уровня значимости α и параметра распределения (числа степеней свободы) $k = s - 3$ (рис. 8).

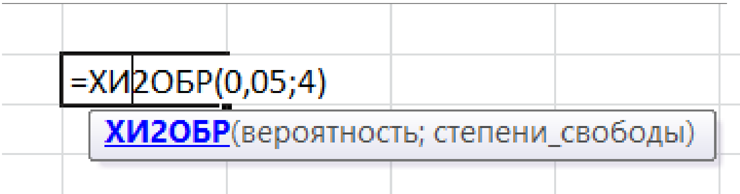


Рис. 8. **Функция ХИ2ОБР**

В более поздних версиях MS Excel: **ХИ2.ОБР.ПХ.**

Так как $\chi^2_{набл} < \chi^2_{крит}(0,05;4)$, т.е. наблюдаемое значение критерия попало в область принятия гипотезы, нулевая гипотеза справедлива, т.е. признак X имеет нормальный закон распределения, расхождение между эмпирическими и теоретическими частотами незначимо.

8б. Гипотеза о равенстве средних двух нормально распределенных генеральных совокупностей, дисперсии которых неизвестны, но равны

На предприятии разработаны два метода изготовления определенной продукции. Для проверки того, одинаково ли материалоемки эти методы, собраны статистические данные о расходе сырья в расчете на единицу готовой продукции в процессе работы обоими методами. Получены следующие данные. При работе первым методом: количество наблюдений n_x = 9, среднее значение $\overline{x}_B = 3,8$, исправленное среднее квадратическое отклонение $S_x = 0,06$. При работе вторым методом: количество наблюдений $n_y = 8$, среднее значение $\overline{y}_B = 2,7$, исправленное среднее квадратическое отклонение $S_y = 0,5$. Согласно имеющимся данным, необходимо проверить гипотезу о том, что средний удельный расход сырья при работе обоими методами одинаков, считая, что выборки извлечены из нормально распределенных генеральных совокупностей. Уровень значимости α = 0,05.

Литература: [1], гл. 9, с. 161-172;

[2], гл. 5, с. 150-153, 157-161.

Решение

Даны совокупности X и Y, имеющие нормальный закон распределения, где X - расход сырья при работе первым методом, Y - расход сырья при работе вторым методом. Требуется проверить следующую гипотезу: H_0: $M(X) = M(Y)$.

Так как о генеральных дисперсиях ничего неизвестно, то с помощью случайной величины $F = \dfrac{S^2_{большая}}{S^2_{меньшая}}$, которая имеет распределение Фишера - Снедекора с $k_1 = n_x$ - 1 = 8 и $k_2 = n_y$ - 1 = 7 степенями свободы ($n_1 = n_x$, так как $S_x^2 = (0,6)^2 = 0,36$ больше, чем $S_y^2 = (0,5)^2 = 0,25$), предварительно проверим вспомогательную нулевую гипотезу:

H_0: $D(X) = D(Y)$ при H_1: $D(X) > D(Y)$.

Находим $F_{набл} = \dfrac{0,36}{0,25} = 1,44.$ По прил. 3 определим критическое значение $F_{крит}(a,\ k_1,\ k_2) = F_{крит}\left(0,05;\ 8;\ 7\right) = 3,73.$

Критическое значение ***F***-статистики вычисляется в табличном редакторе MS Excel с помощью функции **FРАСПОБР** исходя из заданного уровня значимости α и параметров распределения (числа степеней свободы) $k_1 = n_{s^2_{большая}} - 1$; $k_2 = n_{s^2_{меньшая}} - 1$ (рис. 9).

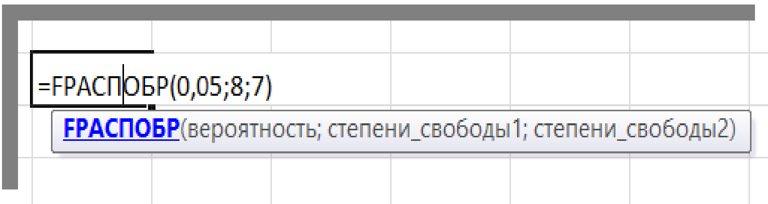


Рис. 9. **Функция FРАСПОБР**

В более поздних версиях MS Excel: **F.ОБР.ПХ.**

Сравниваем $F_{набл}$ и $F_{крит}\left(0,05;\ 8;\ 7\right)$. Так как $F_{набл} < F_{крит}\left(0,05;\ 8;\ 7\right)$, т.е. $F_{набл}$ попало в область принятия гипотезы, нет оснований отвергать нулевую гипотезу, по данным наблюдения $D(X) = D(Y)$, расхождение между исправленными выборочными дисперсиями (S_x^2 и S_y^2) случайное. Следовательно, можно проверить основную гипотезу.

Предварительно выбираем конкурирующую гипотезу. В данном случае их может быть две: 1) H_1: $M(X) \neq M(Y)$ (двусторонняя критическая область);

2) H_1: $M(X) > M(Y)$, так как $\overline{x}_B > \overline{y}_B$ (правосторонняя критическая область).

Проверяем гипотезу H_0 в первом случае:

H_0: $M(X) = M(Y)$, H_1: $M(X) \neq M(Y)$.

Для проверки используется случайная величина:

$$T = \frac{\overline{x}_B - \overline{y}_B}{\sqrt{(n_x - 1)S_x^2 + (n_y - 1)S_y^2}} \cdot \sqrt{\frac{n_x n_y (n_x + n_y - 2)}{n_x + n_y}},$$

которая имеет распределение Стьюдента с $k = n_x + n_y - 2 = 9 + 8 - 2 = 15$ степенями свободы.

Вычислим $T_{набл} = \dfrac{3,8 - 2,7}{\sqrt{8 \cdot 0,36 + 7 \cdot 0,25}} \cdot \sqrt{\dfrac{9 \cdot 8 \cdot 15}{9 + 8}} \approx 4,075.$

По таблице критических точек распределения Стьюдента (прил. 5) находим $t_{крит.дв}(0,05;15) = 2,13$ (при двусторонней критической области). Сравниваем $T_{набл}$ и $t_{крит.дв}(0,05;15)$.

Критическое значение распределения Стьюдента вычисляют в табличном редакторе MS Excel с помощью функции **СТЬЮДРАСПОБР** исходя из заданного уровня значимости α и параметра распределения (числа степеней свободы) $k = n_x + n_y - 2$ (рис. 10).

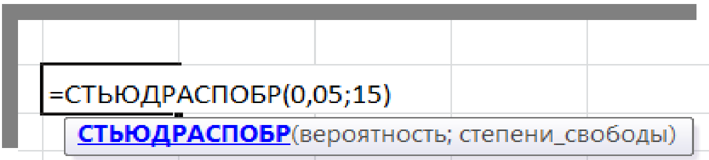


Рис. 10. **Функция СТЬЮДРАСПОБР**

В последних версиях MS Excel: **СТЬЮДЕНТ.ОБР.2Х.**

Так как $|T_{набл}| > t_{крит.дв}(0,05;\ 15)$, т.е. $T_{набл}$ попало в критическую область, нулевая гипотеза отвергается, справедлива конкурирующая: $M(X) \neq M(Y)$, следовательно, расхождение между выборочными средними значимо. Таким образом, средний удельный расход сырья при работе обоими методами различен.

Проверим гипотезу H_0 во втором случае:

H_0: $M(X) = M(Y)$, H_1: $M(X) > M(Y)$.

Так как $T_{набл} \approx 4,075$, $t_{крит.пр}(0,05;15) = 1,75$ (при односторонней (правосторонней) критической области), то $T_{набл} > t_{крит.пр}(0,05;15)$, т.е. $T_{набл}$ попало в критическую область, вывод аналогичен предыдущему.

Замечание. В индивидуальное задание входит либо задача 8а, либо задача 8б (см. свой вариант).

9. Корреляционно-регрессионный анализ

Имеются данные относительно темпов прироста валового внутреннего продукта (*ВНП, Y, %*) и темпов прироста объема промышленного производства (*X, %*) за определенный период:

Страна	**Темп прироста ВНП, % (Y)**	**Темп прироста промышленного производства, % (*X*)**
Япония	3,5	4,3
США	3,1	4,6
Германия	2,2	2,0
Франция	2,7	3,1
Италия	2,7	3,0
Великобритания	1,6	1,4
Канада	3,1	3,4
Австрия	1,8	2,6
Бельгия	2,3	2,6
Нидерланды	2,3	2,4

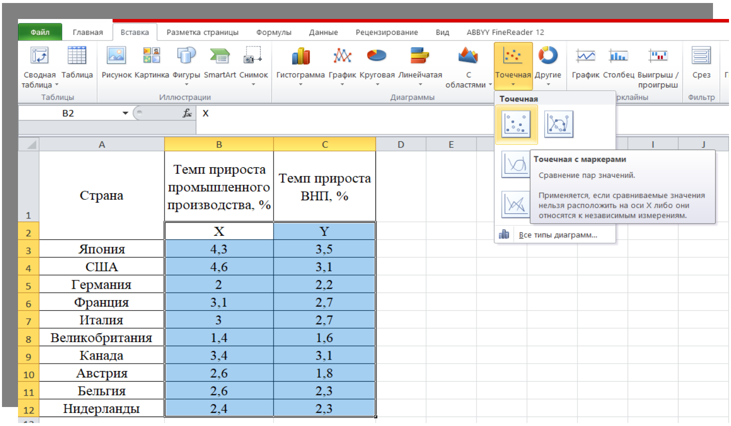
Полагая, что между X и Y имеет место линейная зависимость, определите выборочный коэффициент корреляции, объясните его смысл, проверьте значимость коэффициента корреляции при уровне значимости $0,05(\alpha = 0,05)$. Постройте уравнение регрессии и объясните его. Вычислите предполагаемый темп прироста ВНП, если темп прироста промышленного производства составит 4,8%.

Литература: [1], гл. 10, с. 182-196;
[2], гл. 6, с. 176-180.

Решение

Признак X - темп прироста промышленного производства, % (факторный признак). Признак Y - темп прироста ВНП, % (результативный признак). Предполагаем, что признаки имеют нормальный закон распределения. Признаки находятся в статистической зависимости, так как темп прироста ВНП зависит не только от темпа прироста промышленного производства, но и от многих других факторов, которые в данном случае не учитываются. Определим форму связи. Построим точки с координатами (x_i, y_i) и по их расположению определим форму связи (рис. 11-12).

Корреляционное поле в табличном редакторе MS Excel строится с использованием **МАСТЕРА ДИАГРАММ**. Для активации необходимо в главном меню вызвать **ВСТАВКА-ДИАГРАММЫ-ТОЧЕЧНАЯ**. Для наложения на диаграмму линии тренда необходимо щелкнуть правой кнопкой мыши по любой точке корреляционного поля. Следует активировать опцию **ДОБАВИТЬ ЛИНИЮ ТРЕНДА**, выбрать его вид (в данном случае **"линейный"**).



Страна	Темп прироста промышленного производства, %	Темп прироста ВНП, %
	X	Y
Япония	4,3	3,5
США	4,6	3,1
Германия	2	2,2
Франция	3,1	2,7
Италия	3	2,7
Великобритания	1,4	1,6
Канада	3,4	3,1
Австрия	2,6	1,8
Бельгия	2,6	2,3
Нидерланды	2,4	2,3

Рис. 11. **Построение точечной диаграммы**

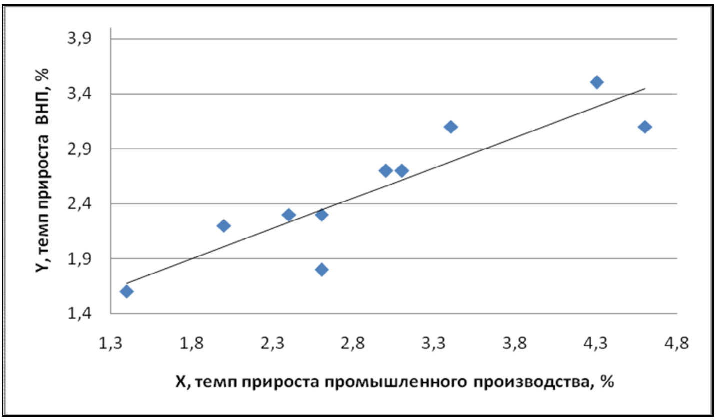


Рис. 12. **Корреляционное поле (точечная диаграмма)**

Итак, форма связи линейная.

Проведем корреляционный анализ. Вычислим выборочный линейный коэффициент корреляции:

$$r_B = \frac{\overline{xy} - \overline{x} \cdot \overline{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}.$$

Расчеты представим в таблице:

	x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$	x_i^2	y_i^2
	4,3	3,5	15,05	18,49	12,25
	4,6	3,1	14,26	21,16	9,61
	2,0	2,2	4,4	4	4,84
	3,1	2,7	8,37	9,61	7,29
	3,0	2,7	8,1	9	7,29
	1,4	1,6	2,24	1,96	2,56
	3,4	3,1	10,54	11,56	9,61
	2,6	1,8	4,68	6,76	3,24
	2,6	2,3	5,98	6,76	5,29
	2,4	2,3	5,52	5,76	5,29
Итого	29,4	25,3	79,14	95,06	67,27

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{29,4}{10} = 2,94; \ \overline{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = \frac{25,3}{10} = 2,53;$$

$$\overline{xy} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = \frac{79,14}{10} = 7,914; \ \overline{x^2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \frac{95,06}{10} = 9,506;$$

$$\overline{y^2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i^2 = \frac{67,27}{10} = 6,727; \ \sigma_X^2 = \overline{x^2} - \overline{x}^2 = 9,506 - 8,644 = 0,862;$$

$$\sigma_y^2 = \overline{y^2} - \overline{y}^2 = 6,727 - 6,401 = 0,326.$$

Таким образом, $r_B = \dfrac{7,914 - 2,94 \cdot 2,53}{\sqrt{0,862 \cdot 0,326}} \approx 0,90.$

Выборочный коэффициент корреляции в табличном редакторе MS Excel вычисляется с помощью функции **КОРРЕЛ** (категория "статистические"). Аргумент функции: **=КОРРЕЛ** (Массив 1; Массив 2). В массиве 1 выделяют диапазон значений признака *X*, в массиве 2 - признака *Y*. Следует помнить, что перемена мест признаков в аргументе функции никак не отражается на результате! Иллюстрация применения функции представлена на рис. 13.

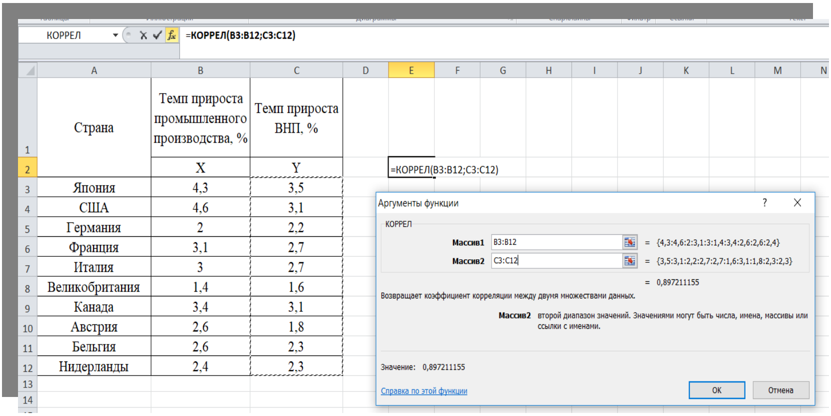


Рис. 13. **Функция КОРРЕЛ**

Проверим значимость выборочного коэффициента корреляции. Для этого выдвигаем гипотезы:

$$H_0 : r_{ген} = 0,\ H_1 : r_{ген} \neq 0.$$

Уровень значимости $\alpha = 0{,}05$.

Для проверки нулевой гипотезы используем случайную величину $T = \dfrac{r_B\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_B^2}}$, имеющую распределение Стьюдента с $k = n-2 = 3$ степенями свободы. По выборочным данным найдем наблюдаемое значение критерия $T_{набл} = \dfrac{0{,}9\cdot\sqrt{8}}{\sqrt{1-0{,}81}} \approx 5{,}8$. По таблице критических точек распределения Стьюдента определим $t_{крит.дв}(0{,}05;8) = 2{,}31$ (см. прил. 5). Критическое значение распределения Стьюдента вычисляют в табличном редакторе MS Excel с помощью функции **СТЬЮДРАСПОБР** исходя из заданного уровня значимости α и параметра распределения (числа степеней свободы) $k = n-2$ (рис. 14).

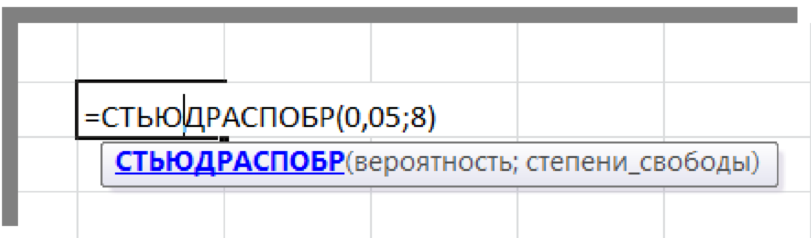


Рис. 14. **Функция СТЬЮДРАСПОБР**

В последних версиях MS Excel: **СТЬЮДЕНТ.ОБР.2Х**.

Сравниваем $T_{набл}$ и $t_{крит}(0,05;8)$. Так как $|T_{набл}| > t_{крит.дв}(0,05;8)$, т.е. $T_{набл}$ попало в критическую область, нулевая гипотеза отвергается, справедлива конкурирующая гипотеза: $r_{ген} \neq 0$. Признаки X и Y коррелированы, $r_в$ значим. Так как $|r_B|$ близок к единице, темп прироста ВНП и темп прироста промышленного производства находятся в тесной корреляционной зависимости.

Найдем коэффициент детерминации $D = r_B^2 \cdot 100\% = 81\%$, т.е. вариация темпа прироста ВНП в среднем на 81% объясняется вариацией темпа прироста промышленного производства.

Выразим полученную связь аналитически в виде линейного уравнения регрессии:

$$\overline{y}_x - \overline{y} \approx a_1(x - \overline{x}),$$

$$a_1 = \frac{\overline{xy} - \overline{x} \cdot \overline{y}}{\sigma_X^2} = \frac{0,4758}{0,862} \approx 0,55.$$

Таким образом, $\overline{y}_x - 2,53 \approx 0,55(x - 2,94)$ или $\overline{y}_x \approx 0,55_x + 0,913.$

Из уравнения следует, что с увеличением темпов прироста промышленного производства на 1% темп прироста ВНП увеличится в среднем на 0,55%.

Найдем по уравнению регрессии темп прироста ВНП, если темп прироста промышленного производства составит 4,8%:

$$\overline{y}_x \approx 0,55 \cdot 4,8 + 0,913 = 3,553(\%).$$

ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Вариант 1

(Первая буква фамилии студента: **А, Б**)

1. В почтовом ящике лежат 7 газет и 4 журнала. Пять печатных изданий распространяются бесплатно, а остальные по подписке. Адресат случайным образом извлекает из ящика 3 издания. Найти вероятность того, что он извлек: а) одно издание по подписке; б) по крайней мере, два издания по подписке; в) хотя бы одно издание распространяется бесплатно.

2. Брокер вложил денежные средства в акции компаний "Альфа" и "Гамма". Вероятность получения ожидаемой прибыли составляет 0,65 и 0,75, соответственно для компаний "Альфа" и "Гамма". Определить вероятность: а) получения ожидаемой прибыли от акций обеих компаний; б) только одной компании; в) хотя бы одной компании.

3. Часы изготавливаются на трех заводах и поступают в магазин. Первый завод производит 40% продукции, второй - 45%, а третий - 15 %. В продукции первого завода не спешат 80% часов, второго - 70% и третьего - 90%. Какова вероятность того, что купленные часы спешат?

4. Дискретная случайная величина X задана следующим распределением:

x_i	3	4	5	7
p_i	0,3	0,2	?	0,1

Найти вероятность того, что случайная величина принимает значение 5 ($x_3 = 5$). Составить интегральную функцию и построить ее график. Вычислить числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание ($M(X)$), дисперсию ($D(X)$), среднее квадратическое отклонение ($\sigma(X)$).

5. Установка штампует литые автомобильные диски. Контролируемый диаметр диска представляет собой случайную величину, распределенную по нормальному закону с математическим ожиданием 18 см и средним квадратическим отклонением 0,2 см. Найти интервал, в котором заключен диаметр детали, если брак составляет 2%.

6. Согласно данным государственной статистики по 10 регионам РФ сформирован статистический массив по обороту розничной торговли (за год). Показатели представлены в таблице:

№ п/п	Оборот розничной торговли, млрд руб.	№ п/п	Оборот розничной торговли, млрд руб.
1	315,4	6	186,0
2	234,3	7	197,2
3	211,8	8	236,9
4	316,6	9	124,7
5	156,9	10	179,9

Вычислить выборочные характеристики статистического распределения с применением табличного редактора MS Excel: минимальное значение признака в выборке, максимальное значение признака в выборке, среднюю выборочную, моду, медиану, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение.

7. Группа рабочих изготавливает одинаковую продукцию. Дан ряд распределения рабочих по числу изготавливаемых за смену деталей:

Число деталей	18	20	22	24	26
Число рабочих	5	6	10	4	5

Вычислить выборочную среднюю $\left(\overline{x}_в\right)$, моду $\left(x_{Mo}\right)$, медиану $\left(x_{Me}\right)$, размах вариации (R), дисперсию ($D_в$), среднее квадратическое отклонение $\left(\sigma_в\right)$, коэффициент вариации (v).

8. В таблице приведены данные о коэффициенте соотношения заемных и собственных средств на 100 малых предприятиях региона (X - коэффициент соотношения заемных и собственных средств (%), $m_i^Э$ - эмпирические частоты, m_i^T - теоретические частоты нормального распределения):

x_i - x_{i-1}	5,0-5,15	5,15-5,25	5,25-5,35	5,35-5,45	5,45-5,55	5,55-5,65
$m_i^Э$	5	8	12	20	26	29
m_i^T	4	7	15	22	23	30

Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении признака X генеральной совокупности с эмпирическим распределением выборки.

9. Определите тесноту связи возраста самолета (X, лет) и стоимости его эксплуатации (Y, млн руб.) по следующим данным:

X	1	2	3	4	5
Y	2	4	5	8	10

Вычислить коэффициент корреляции на основе приведенных данных. При уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу о равенстве нулю коэффициента корреляции в генеральной совокупности. Построить уравнение линейной регрессионной зависимости и объяснить его смысл. Спрогнозировать среднюю стоимость эксплуатации самолета при его возрасте 6 лет.

Вариант 2

(Первая буква фамилии студента: **В, Г**)

1. На книжной полке стоят 7 книг, из которых 4 - учебная литература. Найти вероятность того, что среди трех наудачу извлеченных книг окажется: а) два учебника; б) не менее двух учебников; в) хотя бы один учебник.

2. Для разработки робота-марсохода привлечены три научно-исследовательские организации. Проектная вероятность успешных испытаний модели робота первой организации составила 0,56, второй - 0,69, третьей организации - 0,83. Определить вероятность проведения успешных испытаний и утверждения модели робота: а) только одной научно-исследовательской организации; б) ни одной научно-исследовательской организации; в) двух альтернативных моделей.

3. В ящике находятся изделия, сделанные на трех станках: 20 изделий - на первом станке, 18 изделий - на втором и 14 изделий - на третьем. Вероятности того, что изделия, изготовленные на первом, втором и третьем станках, имеют отличное качество, соответственно, равны 0,7; 0,85; 0,9. Взятое наудачу изделие оказалось отличного качества. Какова вероятность того, что оно изготовлено на втором станке?

4. Дискретная случайная величина X задана следующим распределением:

x_i	-1	0	2
p_i	0,1	?	0,6

Найти вероятность того, что случайная величина принимает значение 0 ($x_2 = 0$). Составить интегральную функцию и построить ее график. Вычислить числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание ($M(X)$), дисперсию ($D(X)$), среднее квадратическое отклонение ($\sigma(X)$).

5. В случайно отобранной партии изделий из дерева средняя влажность древесины составила 16,05%. Влажность древесины представляет собой случайную величину, распределенную по нормальному закону. При этом среднее квадратическое отклонение $\sigma(X) =$ 2,08%. Определить вероятность того, что влажность древесины, из которой изготовлено наудачу взятое изделие, будет в пределах от 15 до 17%.

6. В результате выборочного обследования 12 фермерских хозяйств некоторого субъекта РФ получены следующие данные по урожайности пшеницы. Данные представлены в таблице:

№ п/п	**Урожайность пшеницы, ц/га**	**№ п/п**	**Урожайность пшеницы, ц/га**
1	30,3	7	30,8
2	29,8	8	30,3
3	30,4	9	32,3
4	29,9	10	25,5
5	30,6	11	30,9
6	24,2	12	31,6

Вычислить выборочные характеристики статистического распределения с применением табличного редактора MS Excel: минимальное значение признака в выборке, максимальное значение признака в выборке, среднюю выборочную, моду, медиану, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение.

7. Для изучения распределения заработной платы работников определенной отрасли обследовано 100 чел. Результаты представлены в таблице:

Зарплата, у.е. (x_i - x_{i-1})	192-194	194-196	196-198	198-200	200-202	202-204
Число работников (m_i)	7	13	22	28	19	11

Вычислить выборочную среднюю $\left(\overline{x}_в\right)$, моду $\left(x_{Mo}\right)$, медиану $\left(x_{Me}\right)$, размах вариации (R), дисперсию ($D_в$), среднее квадратическое отклонение $\left(\sigma_в\right)$, коэффициент вариации (v).

8. В результате выборочного обследования получено распределение числа высаженных овощных культур на поля хозяйств региона (X - число высаженных культур, тыс. кустов; $m_i^Э$ - эмпирические частоты (число хозяйств); m_i^T - теоретические частоты):

x_i	3	5	6	8	9	10
$m_i^Э$	5	10	31	72	85	37
m_i^T	8	15	33	63	89	32

Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении признака X генеральной совокупности с эмпирическим распределением выборки.

9. Представлены данные, отражающие статистическую связь издержек обращения (Y, тыс. руб.) и товарооборота (X, тыс. руб.):

Y	5,0	5,2	5,8	6,4	6,6	7,0
X	17,6	17,5	18,0	18,1	18,2	18,5

При $\alpha = 0,1$ проверить значимость указанной статистической связи. Построить уравнение регрессии, объяснить его. Спрогнозировать издержки обращения при заданном товарообороте в 17,9 тыс. руб.

Вариант 3

(Первая буква фамилии студента: **Д, Е, Ж**)

1. В сумке находится 4 тетради в клетку и 6 - в линейку. Наудачу извлекают три тетради. Найти вероятность того, что из трех извлеченных тетрадей: а) одна тетрадь в клетку; б) все тетради в клетку; в) хотя бы одна тетрадь в линейку.

2. Клиент сотового оператора решил посетить офис связи и пополнить свой счет. В офисе установлены два платежных терминала. Вероятность того, что не работает первый терминал, 0,09; второй - 0,24. Какова вероятность того, что: а) один терминал окажется в рабочем состоянии; б) оба терминала окажутся в рабочем состоянии; в) хотя бы один терминал в рабочем состоянии?

3. Количество продукции, поступающей на механическую обработку от трех литейных цехов, определяется соотношением 3 : 4 : 5. На 100 единиц продукции первого цеха приходится в среднем 3 единицы брака, а второго и третьего цехов, соответственно, 2 и 4 единицы. Наудачу взятая отливка оказалась годной. Какова вероятность того, что она отлита во втором цехе?

4. Дискретная случайная величина X задана следующим распределением:

x_i	-1	1	3
p_i	?	0,5	0,3

Найти вероятность того, что случайная величина принимает значение -1 ($x_1 = -1$). Составить интегральную функцию и построить ее график. Вычислить числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание ($M(X)$), дисперсию ($D(X)$), среднее квадратическое отклонение ($\sigma(X)$).

5. У кукурузы сорта "Полярис" длина початка представляет собой нормально распределенную случайную величину с математическим ожиданием, равным 12,6 см, и средним квадратическим отклонением 1,2 см. Определить вероятность того, что длина початка случайно отобранного растения окажется в интервале от 11,4 см до 13,9 см. В каких пределах можно ожидать размер початка кукурузы данного сорта с вероятностью 0,92?

6. В результате выборочного обследования 10 районов областного центра получены данные по инвестициям в жилищное строительство:

№ п/п	Инвестиции в жилищное строительство, млн руб.	№ п/п	Инвестиции в жилищное строительство, млн руб.
1	28,2	6	38,8
2	42,4	7	54,1
3	61,6	8	49,5
4	72,2	9	70,9
5	67,7	10	39,7

Вычислить выборочные характеристики статистического распределения с применением табличного редактора MS Excel: минимальное значение признака в выборке, максимальное значение признака в выборке, среднюю выборочную, моду, медиану, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение.

7. В техническом отделе АТС ведется учет неправильных соединений в минуту. Данные представлены в таблице:

Число неправильных соединений в минуту (x_i)	0	1	2	3	4	5	7
Частота (m_i)	8	17	16	10	6	2	1

Вычислить выборочную среднюю ($x_в$), моду (x_{Mo}), медиану (x_{Me}), размах вариации (R), дисперсию ($D_в$), среднее квадратическое отклонение ($\sigma_в$), коэффициент вариации (v).

8. Для испытания шерстяной ткани на прочность произведены две выборки объемом в 9 и 11 образцов. Средняя прочность оказалась равной 135 и 136 г при исправленных выборочных дисперсиях 4 и 6. Считая выборки извлеченными из нормальных совокупностей, определить при уровне значимости 0,01 существенность расхождения между средними в обеих выборках.

9. Имеются выборочные данные о стаже работы (X, лет) и выработке одного рабочего за смену (Y, шт.):

X	2	3	4	5	6	7
Y	14	15	18	20	22	25

Проверить значимость выборочного коэффициента корреляции при $\alpha = 0{,}05$. Построить линейное уравнение регрессии и объяснить его. Вычислить предполагаемую среднюю выработку при стаже 5,8 года.

Вариант 4

(Первая буква фамилии студента: **З, И, К**)

1. На странице объявлений газеты "Гудок" опубликованы 7 объявлений о продаже квартир и 5 объявлений о покупке квартир. Читатель наугад отмечает четыре объявления. Найти вероятность того, что он отметит: а) два объявления о покупке и два о продаже квартир; б) хотя бы три объявления о продаже квартир; в) хоты бы одно объявление о покупке.

2. Покупатель приобрел в магазине три DVD-диска категорий А, В, С. Вероятность того, что диск категории А окажется бракованным, составила 0,2; категорий В и С - 0,25 и 0,31, соответственно. Определить вероятность того, что: а) только один DVD-диск окажется бракованным; б) два DVD-диска окажутся бракованными; в) хотя бы один DVD-диск окажется бракованным.

3. На двух станках изготавливают одинаковые детали. Вероятность того, что изготовленная деталь стандартная, для первого станка равна 0,8; для второго - 0,9. Производительность второго станка вдвое больше производительности первого. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется стандартной.

4. Дискретная случайная величина X задана следующим распределением:

x_i	2	4	5
p_i	0,4	0,5	?

Найти вероятность того, что случайная величина принимает значение 5 $(x_3 = 5)$. Составить интегральную функцию и построить ее график.

Вычислить числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание ($M(X)$), дисперсию ($D(X)$), среднее квадратическое отклонение ($\sigma(X)$).

5. Коробки с шоколадным зефиром упаковываются автоматически. Масса коробки зефира - случайная величина, распределенная по нормальному закону. Средняя масса коробки составила 340 г. Среднее квадратическое отклонение массы отдельной коробки от среднего значения - 10 г. Какова вероятность того, что масса наудачу отобранной из партии коробки будет отличаться от средней не более чем на 7 г (по абсолютной величине)?

6. На основе данных государственной статистики сформирован массив статистических показателей 14 регионов РФ по валовому региональному продукту (за год). Данные представлены в таблице:

№ п/п	**Валовой региональный продукт, млрд руб.**	**№ п/п**	**Валовой региональный продукт, млрд руб.**
1	285,8	8	213,9
2	392,0	9	336,9
3	179,6	10	262,3
4	373,4	11	311,4
5	160,7	12	359,3
6	364,6	13	469,8
7	470,2	14	233,4

Вычислить выборочные характеристики статистического распределения с применением табличного редактора MS Excel: минимальное значение признака в выборке, максимальное значение признака в выборке, среднюю выборочную, моду, медиану, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение.

7. В таблице представлено распределение индивидуальных предпринимателей по ежемесячному доходу от их деятельности:

Ежемесячный доход, тыс. у.е. (x_i - x_{i-1})	10-20	20-30	30-40	40-50
Число предпринимателей, чел. (m_i)	8	10	15	7

Вычислить выборочную среднюю $(\overline{x}_в)$, моду (x_{Mo}), медиану (x_{Me}), размах вариации (R), дисперсию ($D_в$), среднее квадратическое отклонение $(\sigma_в)$, коэффициент вариации (v).

8. Получено распределение туристических агентств города по количеству проданных туров за месяц (X - количество проданных туров, шт.,

$m_i^Э$ - эмпирические частоты (число агентств); m_i^T - теоретические частоты):

$(x_i - x_{i-1})$	**20-25**	**25-30**	**30-35**	**35-40**	**40-45**	**45-50**
$m_i^Э$	14	18	32	20	10	8
m_i^T	10	24	34	12	6	16

Используя критерий Пирсона, при $\alpha = 0{,}05$ проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении признака X генеральной совокупности с эмпирическим распределением выборки.

9. Экономическое обследование пяти предприятий дало следующие результаты:

X	3	4	6	7	10
Y	3	5	6	7	9

Здесь Y - выпуск готовой продукции на одного работающего, тыс. руб.;

X - энерговооруженность труда работающего, кВт·ч.

Полагая, что между X и Y имеет место линейная зависимость, определить выборочный коэффициент корреляции, объяснить его смысл, проверить значимость коэффициента корреляции при уровне значимости 0,05. Построить уравнение регрессии и объяснить его.

Вариант 5

(Первая буква фамилии студента: **Л, М**)

1. В холодильнике находятся 5 бутылок негазированной минеральной воды и 7 бутылок минеральной воды с газом. Чтобы утолить жажду, Василий Иванович наудачу извлекает три бутылки. Определить вероятность того, что Василий Иванович извлечет: а) не менее одной бутылки минеральной воды с газом; б) две бутылки негазированной минеральной воды и одну бутылку газированной; в) хотя бы две бутылки газированной минеральной воды.

2. Елена Васильевна приобрела в магазине два шампуня марок "Ромашка" и "Василек". Клинические испытания показали, что шампунь "Ромашка" вызывает аллергию в 3% случаях, а "Василек" - в 9% случаях. Найти вероятность того, что у Елены Васильевны проявится аллергическая реакция: а) только на одну марку шампуня; б) хотя бы на одну марку шампуня; в) на обе марки шампуня.

3. В одной студенческой группе обучаются 24 студента, во второй - 36 студентов, в третьей - 40 студентов. По теории вероятностей получили отличные оценки 6 студентов первой группы, 6 студентов второй группы и 4 студента третьей группы. Наудачу выбранный студент оказался получившим по теории вероятностей оценку "отлично". Какова вероятность того, что он учится во второй группе?

4. Дискретная случайная величина X задана следующим распределением:

x_i	0	1	2
p_i	0,3	0,4	?

Найти вероятность того, что случайная величина принимает значение 2 ($x_3 = 2$). Составить интегральную функцию и построить ее график. Вычислить числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание ($M(X)$), дисперсию ($D(X)$), среднее квадратическое отклонение ($\sigma(X)$).

5. Жирность молока коров в фермерских хозяйствах области есть нормально распределенная случайная величина с математическим ожиданием $M(X) = 3{,}8\%$ и средним квадратическим отклонением $\sigma(X) = 0{,}15\%.$ Вычислить вероятность того, что в наудачу взятой пробе жирность молока будет в пределах от 3 до 4%.

6. В результате выборочного обследования 10 районов некоторого региона получены данные по вводу в действие жилых домов:

№ п/п	**Ввод в действие жилых домов, тыс. м^2**	**№ п/п**	**Ввод в действие жилых домов, тыс. м^2**
1	2,35	6	4,18
2	2,95	7	3,16
3	3,12	8	4,12
4	2,64	9	4,08
5	3,95	10	3,62

Вычислить выборочные характеристики статистического распределения с применением табличного редактора MS Excel: минимальное значение признака в выборке, максимальное значение признака в выборке, среднюю выборочную, моду, медиану, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение.

7. Проведено исследование посещаемости популярного интернет-сайта. Данные представлены в таблице:

Продолжительность посещения сайта, мин (x_i - x_{i-1})	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
Число посетителей (m_i)	20	12	16	7	6

Вычислить выборочную среднюю ($\overline{x}_в$), моду (x_{Mo}), медиану (x_{Me}), размах вариации (R), дисперсию ($D_в$), среднее квадратическое отклонение ($\sigma_в$), коэффициент вариации (v).

8. В результате выборочного исследования получено распределение сотрудников предприятия по стажу работы (X - стаж работы, лет, $m_i^Э$ - эмпирические частоты (число работников); m_i^T - теоретические частоты):

x_i	1	2	3	4	5	6
$m_i^Э$	5	12	16	8	7	9
m_i^T	6	14	14	7	5	11

Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении признака X генеральной совокупности с эмпирическим распределением выборки.

9. Определить тесноту связи выпуска продукции X (тыс. шт.) и себестоимости одного изделия Y (руб.) на основе следующих данных:

X	2	3	4	5	6
Y	1,9	1,7	1,8	1,6	1,4

Проверить значимость выборочного коэффициента корреляции при уровне значимости 0,05. Построить линейное уравнение регрессии и объяснить его.

Вариант 6
(Первая буква фамилии студента: **Н, О**)

1. В маршрутном такси ехали 10 пассажиров, причем 7 из них - женщины. На остановке "Радужная" пять пассажиров вышли. Определить вероятность того, что вышли: а) все женщины; б) двое мужчин; в) по крайней мере, четыре женщины.

2. Вероятность своевременной сдачи экзаменов по каждой из трех дисциплин экзаменационной сессии составила, соответственно, 0,7; 0,85 и 0,9. Какова вероятность успешной (своевременной) сдачи студентом:

а) только одного экзамена; б) хотя бы двух экзаменов; в) хотя бы одного экзамена?

3. Электролампы поставляются магазину тремя заводами. В очередной раз первый завод поставил 100 шт., второй - 150 шт., а третий - 200 шт. Продукция первого завода содержит 97% стандартных ламп, второго - 98%. Продукция третьего завода представлена только стандартными изделиями. Определить вероятность того, что купленная в магазине лампа окажется нестандартной.

4. Дискретная случайная величина X задана следующим распределением:

x_i	-3	-2	0
p_i	0,5	?	0,2

Найти вероятность того, что случайная величина принимает значение -2 ($x_2 = -2$). Составить интегральную функцию и построить ее график. Вычислить числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание ($M(X)$), дисперсию ($D(X)$), среднее квадратическое отклонение ($\sigma(X)$).

5. Высота легковой автомобильной шины, выпускаемой предприятием, представляет собой нормально распределенную случайную величину с математическим ожиданием, равным 65 см, и средним квадратическим отклонением 0,7 см. Найти процент брака при условии, что разрешается отклонение высоты шины от ее средней высоты не более чем на 1 см по абсолютной величине.

6. На основе государственной статистики сформирован массив показателей 14 регионов РФ по обороту малых предприятий (за год). Данные представлены в таблице:

№ п/п	Оборот малых предприятий, млрд руб.	№ п/п	Оборот малых предприятий, млрд руб.
1	168	8	420
2	125	9	286
3	346	10	183
4	179	11	387
5	280	12	350
6	264	13	241
7	285	14	158

Вычислить выборочные характеристики статистического распределения с применением табличного редактора MS Excel: минимальное значение признака в выборке, максимальное значение признака в выборке, среднюю выборочную, моду, медиану, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение.

7. В таблице представлено распределение рабочих цеха по величине выполнения норм выработки:

Выполнение норм выработки, % (x_i - $x_{i\text{-}1}$)	80-90	90-100	100-110	110-120	120-130
Число рабочих (m_i)	2	22	48	16	2

Вычислить выборочную среднюю $\left(\overline{x}_в\right)$, моду $\left(x_{Mo}\right)$, медиану $\left(x_{Me}\right)$, размах вариации (R), дисперсию ($D_в$), среднее квадратическое отклонение $\left(\sigma_в\right)$, коэффициент вариации (v).

8. По выборочным данным 15 предприятий одной отрасли найдена средняя себестоимость единицы продукции, составившая $\overline{x}_B = 4{,}85$ руб. При этом исправленное среднее квадратическое отклонение S_x оказалось равным 0,94 руб. Аналогично была вычислена средняя себестоимость единицы продукции по 12 предприятиям той же отрасли, равная $\overline{y}_B = 5{,}07$ руб., а $S_y = 1{,}02$ руб. При уровне значимости 0,01 выявить существенность различия средней себестоимости единицы продукции на предприятиях, считая, что выборки извлечены из нормально распределенных генеральных совокупностей X и Y.

9. По пяти предприятиям одной отрасли имеются данные о валовой продукции и издержкам производства:

Валовая продукция, тыс. шт.	40	50	60	70	80
Издержки производства, тыс. руб.	6	4,5	5	4	3,5

Проверить значимость коэффициента корреляции при $\alpha = 0{,}05$. Если коэффициент корреляции значим, то написать уравнение регрессии, объяснить его смысл. Спрогнозировать издержки производства при заданном объеме валовой продукции в 65 тыс. шт.

Вариант 7

(Первая буква фамилии студента: **П, Р, С**)

1. На собрании жильцов многоквартирного дома выбирали членов правления товарищества собственников жилья. Всего было выдвинуто 9 кандидатур, из которых 5 имеют опыт работы в сфере ЖКХ. Правление должно состоять из трех человек. Найти вероятность того, что в состав правления войдут: а) два человека с опытом работы в ЖКХ; б) хотя бы один человек с опытом работы в ЖКХ; в) люди, не имеющие к сфере ЖКХ никакого отношения.

2. На садовом участке посажены саженцы трех кустарников: жимолости, крыжовника, боярышника. Вероятность того, что приживется саженец жимолости - 0,78, крыжовника - 0,9, боярышника - 0,85. Какова вероятность того, что приживутся: а) только два кустарника; б) хотя бы один кустарник; в) только один кустарник?

3. Литье в болванках поступает из трех заготовительных цехов: 60 шт. из первого цеха, а из второго и третьего, соответственно, в 2 и 4 раза больше, чем из первого. При этом материал первого цеха имеет 1% брака, второго - 2%, а третьего - 2,5%. Найти вероятность того, что наудачу взятая болванка окажется без дефектов.

4. Дискретная случайная величина X задана следующим распределением:

x_i	1	3	4	5
p_i	0,1	0,3	?	0,4

Найти вероятность того, что случайная величина принимает значение 4 ($x_3 = 4$). Составить интегральную функцию и построить ее график. Вычислить числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание ($M(X)$), дисперсию ($D(X)$), среднее квадратическое отклонение $(\sigma(X))$.

5. Средний балл, полученный по результатам итоговых аттестационных испытаний учащимися школы, составил 190 баллов, среднее квадратическое отклонение - 17 баллов. Полагая, что величина итоговых баллов подчиняется нормальному закону распределения, определить процент учащихся, набравших от 180 до 195 баллов.

6. В результате выборочного обследования 12 фирм получены данные по объему ежедневных продаж товара, представленные в таблице:

№ п/п	**Объем ежедневных продаж товара, тыс. ден. ед.**	**№ п/п**	**Объем ежедневных продаж товара, тыс. ден. ед.**
1	43,1	7	51,8
2	46,5	8	49,6
3	42,9	9	54,4
4	50,3	10	55,5
5	52,7	11	52,2
6	55,9	12	50,3

Вычислить выборочные характеристики статистического распределения с применением табличного редактора MS Excel: минимальное значение признака в выборке, максимальное значение признака в выборке, среднюю выборочную, моду, медиану, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение.

7. Дано распределение расхода сырья, идущего на изготовление одного изделия (X, г):

x_i	390	395	400	403	405
Число изделий	3	6	4	5	2

Вычислить выборочную среднюю $\left(\overline{x}_в\right)$, моду $\left(x_{Mo}\right)$, медиану $\left(x_{Me}\right)$, размах вариации (R), дисперсию ($D_в$), среднее квадратическое отклонение $\left(\sigma_в\right)$, коэффициент вариации (v).

8. Для изучения норм выработки двух бригад завода, выполняющих одинаковый вид работ, проведено выборочное обследование затрат времени на изготовление одной детали. Для первой бригады (7 чел.) среднее время $\overline{x}_в$ = 25 мин, исправленная выборочная дисперсия $S_x^2 = 2{,}5$; для второй бригады (8 чел.), соответственно, $\overline{y}_в$ = 30 мин, $S_y^2 = 3$. Считая, что выборки извлечены из нормально распределенных генеральных совокупностей X и Y, проверить при уровне значимости 0,05, одинаковы ли для этих бригад средние затраты времени на выполнение одной детали.

9. Дана таблица изменения веса поросят (Y, кг) в зависимости от их возраста (X, недели):

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Y	1,3	2,5	3,9	5,2	6,3	7,5	9,0	10,8	13,1

Построить эмпирическую линию регрессии и по ее виду определить предполагаемую форму связи Y и X. Оценить тесноту корреляционной связи (уровень значимости принять равным 0,05). Построить уравнение регрессии, объяснить его.

Вариант 8

(Первая буква фамилии студента: **Т, У, Ф, Х**)

1. В фотокафе поступил заказ на печать 4 глянцевые и 8 матовых фотографий. Для проверки качества печати принтера наудачу выбирают две фотографии из заказа. Найти вероятность того, что среди извлеченных фотографий окажется: а) одна матовая и одна глянцевая; б) все глянцевые; в) по крайней мере, одна матовая фотография.

2. Турист, отправляясь на экскурсию, берет с собой зонтик (на случай дождя) и солнечные очки (на случай солнечной погоды). Вероятность того, что ему пригодится зонтик, составляет 0,4; солнечные очки - 0,8. Какова вероятность того, что на экскурсии ему удастся использовать по назначению: а) только один предмет; б) хотя бы один предмет?

3. Среди студентов университета 30% являются первокурсниками, 35% студентов учатся на втором курсе; на третьем и четвертом курсах их 20% и 15%, соответственно. По данным деканатов известно, что на первом курсе 20% студентов сдали сессию только на "отлично"; на втором - 30%, на третьем - 35%, на четвертом - 40% отличников. Наудачу вызванный студент оказался отличником. Чему равна вероятность того, что он первокурсник.

4. Дискретная случайная величина X задана следующим распределением:

x_i	-1	2	3	5
p_i	0,2	0,2	0,5	?

Найти вероятность того, что случайная величина принимает значение 5 ($x_4 = 5$). Составить интегральную функцию и построить ее график. Вычислить числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание ($M(X)$), дисперсию ($D(X)$), среднее квадратическое отклонение $(\sigma(X))$.

5. Средняя стоимость заказа в ресторане быстрого питания составляет 250 руб., среднее квадратическое отклонение - 35 руб. Считая, что стоимость заказа подчиняется нормальному закону распределения, определить процент заказов, стоимость которых составила от 180 до 200 руб.

6. В результате выборочного обследования 16 предприятий по выпуску одноименной продукции получены следующие данные:

№ п/п	Выпуск продукции, тыс. шт.	№ п/п	Выпуск продукции, тыс. шт.
1	3,5	9	4,1
2	3,3	10	5,2
3	3,6	11	5,3
4	2,9	12	4,6
5	4,1	13	5,6
6	4,3	14	5,8
7	4,8	15	5,3
8	5,6	16	5,6

Вычислить выборочные характеристики статистического распределения с применением табличного редактора MS Excel: минимальное значение признака в выборке, максимальное значение признака в выборке, среднюю выборочную, моду, медиану, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение.

7. В результате выборочного обследования получены данные о составе строительных бригад:

Число рабочих в бригаде, чел.	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
Число бригад	80	44	100	200	40	20

Вычислить выборочную среднюю $\left(\overline{x}_в\right)$, моду $\left(x_{Mo}\right)$, медиану $\left(x_{Me}\right)$, размах вариации (R), дисперсию ($D_в$), среднее квадратическое отклонение $\left(\sigma_в\right)$, коэффициент вариации (v).

8. С целью увеличения срока службы разработана новая конструкция пресс-формы. Старая пресс-форма в 10 испытаниях прослужила в среднем 4,4 месяца с исправленным средним квадратическим отклонением 0,05 месяца. Предлагаемая новая пресс-форма при 6 испытаниях требовала замены в среднем после 5,5 месяца с исправленным средним квадратическим отклонением 0,09 месяца. Считая, что выборки извлечены из нормально распределенных генеральных совокупностей, проверить, действительно ли новая конструкция лучше (используйте $\alpha = 0{,}01$).

9. В результате исследования зависимости выпуска валовой продукции (Y, тыс. руб.) от основных фондов (X, тыс. руб.) однотипных предприятий получены следующие данные:

X	11	22	35	48	61	74
Y	3	8	11	21	26	30

Полагая, что между X и Y имеет место линейная зависимость, определить выборочный коэффициент корреляции, объяснить его смысл, проверить значимость коэффициента корреляции при уровне значимости 0,05. Построить уравнение регрессии и объяснить его.

Вариант 9

(Первая буква фамилии студента: **Ц, Ч, Ш**)

1. В спортивном магазине представлено 6 марок велосипедов, из них 4 марки импортного производства. Покупатель, не очень ориентируясь в отличительных особенностях каждой марки, принял решение наудачу взять информационные листовки о трех моделях. Найти вероятность того, что покупатель взял: а) хотя бы одну листовку о модели велосипеда отечественного производства; б) по крайней мере, две листовки о моделях импортного производства.

2. В двух партиях насчитывается, соответственно, 39 и 87% доброкачественных изделий. Наудачу выбирают по одному изделию из каждой партии. Какова вероятность обнаружить среди двух выбранных изделий: а) хотя бы одно бракованное; б) два бракованных; в) одно доброкачественное и одно бракованное?

3. На склад поступает продукция трех фабрик. Причем продукция первой фабрики составляет 20%, второй - 45%, третьей - 35%. В продукции первой фабрики 5% нестандартных изделий, в продукции второй - 2%, третьей - 1%. Наудачу взятое изделие оказалось стандартным. Найти вероятность того, что оно произведено на первой фабрике.

4. Дискретная случайная величина X задана следующим распределением:

x_i	-3	-1	0	1
p_i	?	0,4	0,1	0,2

Найти вероятность того, что случайная величина принимает значение -3 (x_1 = - 3). Составить интегральную функцию и построить ее график. Вычислить числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание ($M(X)$), дисперсию ($D(X)$), среднее квадратическое отклонение ($\sigma(X)$).

5. Длина шерстяной нити в мотке представляет собой случайную величину, распределенную по нормальному закону. Средняя длина нити в мотке составляет 150 м, среднее квадратическое отклонение - 2 м. Какую точность длины нити в мотке можно гарантировать с вероятностью 0,92?

6. На основе государственной статистики сформирован массив данных 12 регионов РФ по среднедушевым денежным доходам населения в месяц:

№ п/п	**Среднедушевые денежные доходы в месяц, тыс. руб.**	**№ п/п**	**Среднедушевые денежные доходы в месяц, тыс. руб.**
1	28,4	7	21,5
2	19,1	8	30,7
3	20,1	9	22,7
4	31,7	10	26,9
5	23,9	11	19,8
6	28,6	12	23,1

Вычислить выборочные характеристики статистического распределения с применением табличного редактора MS Excel: минимальное значение признака в выборке, максимальное значение признака в выборке, среднюю выборочную, моду, медиану, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение.

7. Имеются данные о производительности труда 50 рабочих:

Произведено продукции одним рабочим за смену, шт.	8	9	10	11	12
Число рабочих	7	10	15	12	6

Вычислить выборочную среднюю $\left(\overline{x}_в\right)$, моду $\left(x_{Mo}\right)$, медиану $\left(x_{Me}\right)$, размах вариации (R), дисперсию ($D_в$), среднее квадратическое отклонение $\left(\sigma_в\right)$, коэффициент вариации (v).

8. Установить при уровне значимости 0,05, случайно или значимо расхождение между эмпирическими и теоретическими частотами, которые вычислены, исходя из предположения, что признак X распределен нормально:

$m_i^Э$	4	12	32	73	105	90	20	10
m_i^T	6	14	36	78	95	65	27	9

9. Определить тесноту связи общего веса некоторого растения (X, г) и веса его семян (Y, г) на основе следующих выборочных данных:

X	40	50	60	70	80	90	100
Y	20	24	28	39	35	40	45

Проверить значимость коэффициента корреляции при $\alpha = 0{,}05$. Построить линейное уравнение регрессии и объяснить его.

Вариант 10

(Первая буква фамилии студента: **Щ, Э, Ю, Я**)

1. В корзине лежало 15 грибов, в том числе 9 маслят. Повар наудачу извлекает четыре гриба для приготовления определенного блюда. Найти вероятность того, что из четырех извлеченных грибов окажется: а) один масленок; б) по крайней мере, три масленка; в) хотя бы один масленок.

2. Участник олимпийского турнира по стендовой стрельбе производит три независимых выстрела. Вероятности попадания в цель при каждом очередном выстреле равны, соответственно, 0,6, 0,76, 0,5. Определить вероятности: а) трех промахов; б) двух попаданий; в) хотя бы одного попадания.

3. Первый заготовительный цех изготовил 1000 деталей, второй в 2 раза больше, а третий столько, сколько первые два, вместе взятые. При этом продукция первого цеха содержит 0,3% брака, второго - 0,2% и третьего - 0,4% брака. Все детали общей партией поступают на сборку. Наудачу берут одну деталь. Найти вероятность того, что она годная.

4. Дискретная случайная величина X задана следующим распределением:

x_i	-1	0	1	2
p_i	0,1	?	0,2	0,4

Найти вероятность того, что случайная величина принимает значение 0 $(x_2 = 0)$. Составить интегральную функцию и построить ее график. Вычислить числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание ($M(X)$), дисперсию ($D(X)$), среднее квадратическое отклонение $(\sigma(X))$.

5. Вес отдельного кондитерского изделия (торта) есть случайная величина, описываемая нормальным законом распределения с математическим ожиданием $M(X)$ = 800 г и средним квадратическим отклонением $\sigma(X)$ = 30 г. Определить вероятность того, что вес наудачу взятого изделия будет колебаться в пределах 780 г до 810 г.

6. По данным государственной статистики сформирован массив показателей 10 регионов РФ по общей площади зданий жилого и нежилого назначения. Данные представлены в таблице:

№ п/п	**Общая площадь зданий жилого и нежилого назначения, тыс. м^2**	**№ п/п**	**Общая площадь зданий жилого и нежилого назначения, тыс. м^2**
1	986,9	6	628,7
2	958,3	7	367,0
3	558,5	8	341,4
4	405,2	9	644,3
5	486,1	10	710,8

Вычислить выборочные характеристики статистического распределения с применением табличного редактора MS Excel: минимальное значение признака в выборке, максимальное значение признака в выборке, среднюю выборочную, моду, медиану, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение.

7. Имеются выборочные данные о дневном сборе урожая (X, кг):

Дневной сбор, кг	30	33	35	37	40
Число работников	11	14	27	15	10

Вычислить выборочную среднюю $\left(\overline{x}_в\right)$, моду $\left(x_{Mo}\right)$, медиану $\left(x_{Me}\right)$, размах вариации (R), дисперсию ($D_в$), среднее квадратическое отклонение $\left(\sigma_в\right)$, коэффициент вариации (v).

8. В результате выборочного обследования получено распределение объема продаж елочных игрушек в магазинах города (X - объем продаж, тыс. руб, $m_i^Э$ - эмпирические частоты (число магазинов); m_i^T - теоретические частоты):

x_i - x_{i-1}	5-7	7-9	9-10	10-12	12-14	14-16
$m_i^Э$	9	6	13	16	16	14
m_i^T	4	12	16	15	23	4

Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении признака X генеральной совокупности.

9. Имеются данные по странам относительно среднего душевого дохода населения (Y, тыс. у.е.) и индекса развития человеческого потенциала (X) за отчетный период (год):

Страна	**Таиланд**	**Ливия**	**Египет**	**Марокко**	**Перу**	**Китай**	**Индия**
Средний душевой доход, тыс. у.е. (Y)	7,1	6,1	3,9	3,7	3,7	2,6	1,4
Индекс развития человеческого потенциала (X)	0,83	0,80	0,51	0,57	0,72	0,63	0,45

При α = 0,05 проверить значимость корреляционной связи индекса развития человеческого потенциала и среднего душевого дохода населения. Если связь значима, составить уравнение регрессии. Объяснить его. Спрогнозировать средний душевой доход населения страны при индексе развития человеческого потенциала 0,85.

ОТВЕТЫ

Вари-ант	Номера задач				
	1	2	3	4	5
1	0,364; 0,576; 0,879	0,4875; 0,425; 0,9125	0,23	$M(X) = 4{,}4$ $D(X) = 1{,}44$ $\sigma(X) = 1{,}2$	(17,53; 18,47)
2	0,514; 0,629; 0,971	0,1943; 0,0232; 0,4618	0,365	$M(X) = 1{,}1$; $D(X) = 1{,}29$; $\sigma(X) = 1{,}14$	0,3687
3	0,5; 0,033; 0,967	0,2868; 0,6919; 0,9784	0,337	$M(X) = 1{,}2$; $D(X) = 1{,}96$; $\sigma(X) = 1{,}4$	0,7012; (10,49; 14,71)
4	0,424; 0,424; 0,929	0,4275; 0,143; 0,586	0,867	$M(X) = 3{,}3$; $D(X) = 1{,}21$; $\sigma(X) = 1{,}1$	0,516
5	0,955; 0,318; 0,636	0,1146; 0,9973; 0,0027	0,375	$M(X) = 1$; $D(X) = 0{,}6$; $\sigma(X) = 0{,}775$	0,9082
6	0,083; 0,417; 0,5	0,0765; 0,919; 0,9955	0,013	$M(X) = -2{,}1$; $D(X) = 1{,}29$; $\sigma(X) = 1{,}14$	15,28%
7	0,476; 0,952; 0,048	0,3399; 0,9967; 0,0601	0,979	$M(X) = 3{,}8$; $D(X) = 1{,}56$; $\sigma(X) = 1{,}25$	0,3365
8	0,484; 0,09; 0,909	0,56; 0,88	0,203	$M(X) = 2{,}2$; $D(X) = 3{,}16$; $\sigma(X) = 1{,}78$	90,08%
9	0,8; 0,8	0,6607; 0,0793; 0,5814	0,194	$M(X) = -1{,}1$; $D(X) = 2{,}09$; $\sigma(X) = 1{,}446$	3,52
10	0,13; 0,46; 0,989	0,048; 0,452; 0,952	0,997	$M(X) = 0{,}9$; $D(X) = 1{,}09$; $\sigma(X) = 1{,}04$	0,3779

Вари-ант	Номера задач			
	6	7	8	9

1	min = 124,7;
	max = 316,6;
	$\bar{x}$= 215,97;
	x_{Mo} = нет;
	x_{Me} = 204,5;
	$D_в$ = 3517,52;
	$\sigma_в$ = 59,31
		$\bar{x}$= 21,9
		x_{Mo} = 22;
		x_{Me} = 22;
		$D_в$ =5,2;
		$\sigma_в$ =2,28
			Гипотеза о нормальном законе распределения согласуется с эмпирическим распределением выборки	$r_в$ = 0,99;
				a_1 = 2;
				a_0 = -0,2

2	min = 24,2;
	max = 32,3;
	$\bar{x}$= 29,72;
	x_{Mo} = 30,3;
	x_{Me} = 30,35;
	$D_в$ = 5,25;
	$\sigma_в$ = 2,29
		$\bar{x}$= 198,44;
		x_{Mo} = 199;
		x_{Me} = 199;
		$D_в$ =7,69;
		$\sigma_в$ =2,77
			Гипотеза о нормальном законе распределения согласуется с эмпирическим распределением выборки	$r_в$ = 0,74;
				a_1 = 1,11;
				a_0 = -13,96

3	min = 28,2;
	max = 72,2;
	$\bar{x}$= 52,51;
	x_{Mo} = нет;
	x_{Me} = 51,8;
	$D_в$ = 209,61;
	$\sigma_в$ = 14,48
		$\bar{x}$= 2;
		x_{Mo} = 1;
		x_{Me} = 2;
		$D_в$ = 2,1;
		$\sigma_в$ = 1,45
			Расхождения несущественны	$r_в$ = 0,99;
				a_1 = 2,23;
				a_0 = 8,97

4	min = 160,7;
	max = 470,2;
	$\bar{x}$= 315,24;
	x_{Mo} = нет;
	x_{Me} = 324,15;
	$D_в$ = 8925,39;
	$\sigma_в$ = 94,47
		$\bar{x}$= 30,25;
		x_{Mo} = 35;
		x_{Me} = 35;
		$D_в$ = 99,94;
		$\sigma_в$ = 10
			Закон распределения, отличный от нормального	$r_в$ = 0,98;
				a_1 = 0,8;
				a_0 = 1,2

5	min = 2,35;
	max = 4,18;
	$\bar{x}$= 3,417;
	x_{Mo} = нет;
	x_{Me} = 3,39;
	$D_в$ = 0,396;
	$\sigma_в$ = 0,629
		$\bar{x}$=9,795;
		x_{Mo} = 2,5;
		x_{Me} = 7,5;
		$D_в$ = 43,09;
		$\sigma_в$ = 6,56
			Гипотеза о нормальном законе распределения согласуется с эмпирическим распределением выборки	$r_в$ = -0,904;
				a_1 = -0,11;
				a_0 = 2,12

Вари-ант	Номера задач			
	6	7	8	9

6	min = 125;
	max = 420;
	$\bar{x}$= 262,29;
	x_{Mo} = нет;
	x_{Me} = 272;
	$D_в$ = 7772,35;
	$\sigma_в$ = 88,16
		$\bar{x}$= 104,33;
		x_{Mo} = 105;
		x_{Me} = 105;
		$D_в$ = 59,56;
		$\sigma_в$ = 7,72
			Различия несущественны	$r_в$= -0,904;
				a_1 = -0,055;
				a_0 = 7,9

7	min = 42,9;
	max = 55,9;
	$\bar{x}$= 50,43;
	x_{Mo} = 50,3;
	x_{Me} = 51,05;
	$D_в$ = 17,35;
	$\sigma_в$ = 4,16
		$\bar{x}$= 398,25;
		x_{Mo} = 395;
		x_{Me} = 395;
		$D_в$ = 24,19;
		$\sigma_в$ = 4,92
			Средние затраты времени разные	$r_в$= 0,99;
				a_1 = 1,41;
				a_0 = 0,98

8	min = 2,9;
	max = 5,8;
	$\bar{x}$= 4,6;
	x_{Mo} = 5,6;
	x_{Me} = 4,7;
	$D_в$ = 0,825;
	$\sigma_в$ = 0,908
		$\bar{x}$= 28,9;
		x_{Mo} = 32,5;
		x_{Me} = 32,5;
		$D_в$ = 44,72;
		$\sigma_в$ = 6,69
			Новая конструкция лучше	$r_в$= 0,99;
				a_1 = 0,45;
				a_0 = -2,32

9	min = 19,1;
	max = 31,7;
	$\bar{x}$= 24,71;
	x_{Mo} = нет;
	x_{Me} = 23,5;
	$D_в$ = 17,73;
	$\sigma_в$ = 4,21
		$\bar{x}$= 10;
		x_{Mo} = 10;
		x_{Me} = 10;
		$D_в$ = 1,48;
		$\sigma_в$ = 1,2
			Закон распределения отличен от нормального	$r_в$= 0,96;
				a_1 = 0,41;
				a_0 = 4,3

10	min = 341,4;
	max = 986,9;
	$\bar{x}$= 608,72;
	x_{Mo} = нет;
	x_{Me} = 593,6;
	$D_в$ = 46617,84;
	$\sigma_в$ = 215,91
		$\bar{x}$= 34,96;
		x_{Mo} = 35;
		x_{Me} = 35;
		$D_в$ = 8,32;
		$\sigma_в$ = 2,88
			Закон распределения отличен от нормального	$r_в$= 0,85;
				a_1 = 11,44;
				a_0 = -3,3

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ

1. Основные понятия и определения теории вероятностей. Виды случайных событий. Классическое и статистическое определения вероятности события. Свойства вероятностей события. Непосредственный подсчет вероятностей. Основные формулы комбинаторики.
2. Сложные события. Сумма и произведение событий. Теорема сложения вероятностей для несовместных событий и следствия из нее. Теорема сложения вероятностей для совместных событий.
3. Зависимые и независимые события. Условная вероятность события. Теорема умножения вероятностей для конечного числа зависимых событий. Теорема умножения вероятностей для конечного числа независимых событий.
4. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
5. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Наивероятнейшая частота.
6. Повторные независимые испытания. Локальная теорема Муавра - Лапласа. Теорема Пуассона.
7. Случайная величина. Виды случайных величин. Закон распределения случайной величины и способы его задания: табличный, графический, аналитический.
8. Интегральная функция распределения случайной величины, ее свойства.
9. Дифференциальная функция распределения случайной величины (плотность распределения вероятности), ее свойства. Выражение интегральной функции через дифференциальную функцию распределения случайной величины.
10. Характеристики случайной величины: математическое ожидание. Свойства математического ожидания.
11. Характеристики случайной величины: дисперсия и среднее квадратическое отклонение. Свойства дисперсии.
12. Биномиальный закон распределения случайной величины, его свойства, характеристики случайной величины, полигон распределения.

13. Распределение Пуассона, его свойства, характеристики случайной величины, полигон распределения.

14. Равномерное распределение случайной величины: дифференциальная и интегральная функции распределения, их графики; характеристики распределения; вероятность попадания случайной величины в заданный интервал.

15. Показательное распределение случайной величины: дифференциальная и интегральная функции распределения, их графики, характеристики распределения, вероятность попадания случайной величины в заданный интервал. Характеристическое свойство показательного распределения.

16. Нормальный закон распределения случайной величины. Дифференциальная функция распределения, ее свойства. Нормированное нормальное распределение. Кривая Гаусса. Влияние параметров распределения на форму и положение нормальной кривой.

17. Числовые характеристики нормально распределенной случайной величины.

18. Интеграл вероятностей (функция Лапласа). Свойства функции Лапласа. Выражение интегральной функции нормального распределения через функцию Лапласа.

19. Вероятность попадания в заданный интервал нормально распределенной случайной величины. Вероятность заданного отклонения значений случайной величины от ее математического ожидания. Правило "трех сигм".

20. Закон больших чисел. Понятие о теореме Ляпунова. Частный случай теоремы Ляпунова.

21. Статистическая совокупность (генеральная и выборочная). Ряды распределения (дискретные и интервальные). Графическое изображение рядов распределения.

22. Статистическая совокупность (генеральная и выборочная). Ряды распределения. Накопленные частоты и частости. Эмпирическая функция распределения.

23. Выборочные средние статистических распределений: средняя, мода, медиана.

24. Выборочные характеристики рассеяния статистических распределений: дисперсия, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации.

25. Статистические оценки параметров распределения. Точечные оценки. Свойства статистических оценок параметров распределения (не-

смещенность, состоятельность, эффективность). Оценка генеральной средней по выборке.

26. Оценка генеральной дисперсии и среднего квадратического отклонения по выборке. Исправленная выборочная дисперсия.

27. Интервальные оценки параметров распределения. Точность оценки. Доверительный интервал и доверительная вероятность. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормально распределенной случайной величины при известном и неизвестном среднем квадратическом отклонении.

28. Статистические гипотезы. Ошибки 1-го и 2-го рода. Статистический критерий. Наблюдаемое значение критерия. Критическая область. Область принятия гипотезы. Критические точки. Уровень значимости. Отыскание критической области.

29. Проверка гипотезы о нормальном законе распределения генеральной совокупности.

30. Сравнение дисперсий двух нормально распределенных генеральных совокупностей.

31. Сравнение средних двух нормально распределенных генеральных совокупностей при неизвестных и известных дисперсиях.

32. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей.

33. Функциональная и статистическая зависимости. Условные распределения. Условные средние.

34. Корреляционная зависимость. Виды корреляционной зависимости. Уравнение регрессии. Понятие о методе наименьших квадратов.

35. Линейная корреляционная зависимость. Оценивание параметров выборочного уравнения линейной регрессии методом наименьших квадратов. Коэффициент регрессии, его экономический смысл.

36. Выборочный линейный коэффициент корреляции, его свойства.

37. Выборочный линейный коэффициент корреляции, проверка его значимости. Коэффициент детерминации.

38. Простейшие случаи нелинейной корреляционной зависимости: параболическая. Отыскание параметров уравнения регрессии методом наименьших квадратов.

39. Простейшие случаи нелинейной корреляционной зависимости: гиперболическая. Отыскание параметров уравнения регрессии методом наименьших квадратов.

40. Выборочное корреляционное отношение, его свойства.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная литература

1. *Репин, О.А.* Математика для экономистов. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учеб. пособие / О.А. Репин, Е.И. Суханова, Л.К. Ширяева. - Самара : Изд-во Самар. гос. экон. ун-та, 2017.
2. *Репин, О.А.* Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст] : учеб. пособие / О.А. Репин, Е.И. Суханова, Л.К. Ширяева. - Москва : Вега-Инфо, 2009.

Дополнительная литература

3. *Айвазян, С.А.* Теория вероятностей и прикладная статистика [Текст] / С.А. Айвазян, В.С. Мхитарян. - Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2001.
4. *Вентцель, Е.С.* Задачи и упражнения по теории вероятностей [Текст] / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. - Москва : Высш. шк., 2002.
5. *Гмурман, В.Е.* Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учеб. пособие для бакалавриата и специалитета / В.Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юрайт, 2019. - 406 с. - (Бакалавр и специалист) // Юрайт : ЭБС. - Режим доступа : https://biblio-online.ru/bcode/431094.
6. *Гмурман, В.Е.* Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. для прикладного бакалавриата [Электронный ресурс] / В.Е. Гмурман. - 12-е изд. - Москва : Юрайт, 2019. - 479 с. - (Бакалавр. Прикладной курс). // Юрайт : ЭБС. - Режим доступа : https://biblio-online.ru/bcode/431095.
7. *Колемаев, В.А.* Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. - Москва : КноРус, 2009.
8. *Кремер, Н.Ш.* Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для академ. бакалавриата [Электронный ресурс] / Н. Ш. Кремер. - 5-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юрайт, 2019. - 538 с. - (Бакалавр. Академический курс). // Юрайт : ЭБС. - Режим доступа : https://biblio-online.ru/bcode/431167.
9. *Репин, О.А.* Задачи Всероссийских студенческих олимпиад по теории вероятностей и математической статистике [Текст] : учеб. пособие / О.А. Репин, Е.И. Суханова, Л.К. Ширяева.- Санкт-Петербург : Лань, 2011.
10. *Репин, О.А.* Математика для экономистов. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учеб. пособие / О.А. Репин, Е.И. Суханова, Л.К. Ширяева. - Самара : Изд-во Самар. гос. экон. ун-та, 2012.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Таблица значений функции $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1093	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Таблица значений функции $\Phi(x)=\frac{1}{2\pi}\int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}}dz$

x	*Φ*(*x*)	*x*	*Φ*(*x*)	*x*	*Φ*(*x*)	*x*	*Φ*(*x*)
0,00	0,0000	0,32	0,1255	0,64	0,2389	0,96	0,3315
0,01	0,0040	0,33	0,1293	0,65	0,2422	0,97	0,3340
0,02	0,0080	0,34	0,1331	0,66	0,2454	0,98	0,3365
0,03	0,0120	0,35	0,1368	0,67	0,2486	0,99	0,3389
0,04	0,0160	0,36	0,1406	0,68	0,2516	1,00	0,3413
0,05	0,0199	0,37	0,1443	0,69	0,2549	1,01	0,3438
0,06	0,0239	0,38	0,1480	0,70	0,2580	1,02	0,3461
0,07	0,0279	0,39	0,1517	0,71	0,2611	1,03	0,3485
0,08	0,0319	0,40	0,1554	0,72	0,2642	1,04	0,3508
0,09	0,0359	0,41	0,1591	0,73	0,2673	1,05	0,3531
0,10	0,0398	0,42	0,1628	0,74	0,2703	1,06	0,3554
0,11	0,0438	0,43	0,1664	0,75	0,2734	1,07	0,3577
0,12	0,0478	0,44	0,1700	0,76	0,2764	1,08	0,3599
0,13	0,0517	0,45	0,1736	0,77	0,2794	1,09	0,3621
0,14	0,0557	0,46	0,1772	0,78	0,2823	1,10	0,3643
0,15	0,0596	0,47	0,1808	0,79	0,2852	1,11	0,3665
0,16	0,0636	0,48	0,1844	0,80	0,2881	1,12	0,3686
0,17	0,0675	0,49	0,1879	0,81	0,2910	1,13	0,3708
0,18	0,0714	0,50	0,1915	0,82	0,2939	1,14	0,3729
0,19	0,0753	0,51	0,1950	0,83	0,2967	1,15	0,3749
0,20	0,0793	0,52	0,1985	0,84	0,2995	1,16	0,3770
0,21	0,0832	0,53	0,2019	0,85	0,3023	1,17	0,3790
0,22	0,0871	0,54	0,2054	0,86	0,3051	1,18	0,3810
0,23	0,0910	0,55	0,2088	0,87	0,3078	1,19	0,3830
0,24	0,0948	0,56	0,2123	0,88	0,3106	1,20	0,3849
0,25	0,0987	0,57	0,2157	0,89	0,3133	1,21	0,3869
0,26	0,1026	0,58	0,2190	0,90	0,3159	1,22	0,3883
0,27	0,1064	0,59	0,2224	0,91	0,3186	1,23	0,3907
0,28	0,1103	0,60	0,2257	0,92	0,3212	1,24	0,3925
0,29	0,1141	0,61	0,2291	0,93	0,3228	1,25	0,3944
0,30	0,1179	0,62	0,2324	0,94	0,3264	1,26	0,3962
0,31	0,1217	0,63	0,2357	0,95	0,3289	1,27	0,3980

Окончание таблицы

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
1,28	0,3997	1,61	0,4463	1,94	0,4738	2,54	0,4945
1,29	0,4015	1,62	0,4474	1,95	0,4744	2,56	0,4948
1,30	0,4032	1,63	0,4484	1,96	0,4750	2,58	0,4951
1,31	0,4049	1,64	0,4495	1,97	0,4756	2,60	0,4953
1,32	0,4066	1,65	0,4505	1,98	0,4761	2,62	0,4956
1,33	0,4082	1,66	0,4515	1,99	0,4767	2,64	0,4959
1,34	0,4099	1,67	0,4525	2,00	0,4772	2,66	0,4961
1,35	0,4115	1,68	0,4535	2,02	0,4783	2,68	0,4963
1,36	0,4131	1,69	0,4545	2,04	0,4793	2,70	0,4965
1,37	0,4147	1,70	0,4554	2,06	0,4803	2,72	0,4967
1,38	0,4162	1,71	0,4564	2,08	0,4812	2,74	0,4969
1,39	0,4177	1,72	0,4573	2,10	0,4821	2,76	0,4971
1,40	0,4192	1,73	0,4582	2,12	0,4830	2,78	0,4973
1,41	0,4207	1,74	0,4591	2,14	0,4838	2,80	0,4974
1,42	0,4222	1,75	0,4599	2,16	0,4846	2,82	0,4976
1,43	0,4236	1,76	0,4608	2,18	0,4854	2,84	0,4977
1,44	0,4251	1,77	0,4616	2,20	0,4861	2,86	0,4979
1,45	0,4265	1,78	0,4625	2,22	0,4868	2,88	0,4980
1,46	0,4279	1,79	0,4633	2,24	0,4875	2,90	0,4981
1,47	0,4292	1,80	0,4641	2,26	0,4881	2,92	0,4982
1,48	0,4306	1,81	0,4649	2,28	0,4887	2,94	0,4984
1,49	0,4319	1,82	0,4656	2,30	0,4893	2,96	0,4985
1,50	0,4332	1,83	0,4664	2,32	0,4898	2,98	0,4986
1,51	0,4345	1,84	0,4671	2,34	0,4904	3,00	0,49865
1,52	0,4357	1,85	0,4678	2,36	0,4909	3,20	0,49931
1,53	0,4370	1,86	0,4686	2,38	0,4913	3,40	0,49966
1,54	0,4382	1,87	0,4693	2,40	0,4918	3,60	0,499841
1,55	0,4394	1,88	0,4699	2,42	0,4922	3,80	0,499928
1,56	0,4406	1,89	0,4706	2,44	0,4927	4,00	0,499968
1,57	0,4418	1,90	0,4713	2,46	0,4931	4,50	0,499997
1,58	0,4429	1,91	0,4719	2,48	0,4934	5,00	0,499997
1,59	0,4441	1,92	0,4726	2,50	0,4938		
1,60	0,4452	1,93	0,4732	2,52	0,4941		

Приложение 3

Таблица значений функции Пуассона $\frac{a^m}{m!}e^{-a}$

m	*a*								
	0,1	**0,2**	**0,3**	**0,4**	**0,5**	**0,6**	**0,7**	**0,8**	**0,9**
0	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488	0,4966	0,449	0,4066
1	0,0905	0,1638	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293	0,3476	0,3595	0,3696
2	0,0045	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988	0,1217	0,1438	0,1647
3	0,0002	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198	0,0284	0,0383	0,0494
4	-	-	0,0002	0,0007	0,0016	0,0030	0,0050	0,0077	0,0111
5	-	-	-	0,0001	0,0002	0,0004	0,0007	0,0012	0,0020
6	-	-	-	-	-	-	0,0001	0,0002	0,0003

m	*a*								
	1,0	**2,0**	**3,0**	**4,0**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**9,0**
0	0,3679	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001
1	0,3679	0,2707	0,1494	0,0733	0,0337	0,0149	0,0064	0,0027	0,0011
2	0,1839	0,2707	0,2240	0,1465	0,0842	0,0446	0,0223	0,0107	0,0050
3	0,0613	0,1804	0,2240	0,1954	0,1404	0,0892	0,0521	0,0286	0,0150
4	0,0153	0,0902	0,1680	0,1954	0,1755	0,1339	0,0912	0,0572	0,0337
5	0,0081	0,0361	0,1008	0,1563	0,1755	0,1606	0,1277	0,0916	0,0607
6	0,0005	0,0120	0,0504	0,1042	0,1462	0,1606	0,1490	0,1221	0,0911
7	0,0001	0,0034	0,0216	0,0595	0,1044	0,1377	0,1490	0,1396	0,1171
8	-	0,0009	0,0081	0,0298	0,0655	0,1033	0,1304	0,1396	0,1318
9	-	0,0002	0,0027	0,0132	0,0363	0,0688	0,1014	0,1241	0,1318
10	-	-	0,0008	0,0053	0,0181	0,0413	0,0710	0,0993	0,1186
11	-	-	0,0002	0,0019	0,0082	0,0025	0,0452	0,0722	0,0970
12	-	-	0,0001	0,0006	0,0034	0,0113	0,0264	0,0481	0,0728
13	-	-	-	0,0002	0,0013	0,0052	0,0142	0,0296	0,0504
14	-	-	-	0,0001	0,0005	0,0022	0,0071	0,0169	0,0324
15	-	-	-	-	0,0002	0,0009	0,0033	0,0090	0,0194
16	-	-	-	-	-	0,0003	0,0014	0,0045	0,0109
17	-	-	-	-	-	0,0001	0,0006	0,0021	0,0058
18	-	-	-	-	-	-	0,0002	0,0009	0,0029
19	-	-	-	-	-	-	0,0001	0,0004	0,0014
20	-	-	-	-	-	-	-	0,0002	0,0006
21	-	-	-	-	-	-	-	0,0001	0,0003
22	-	-	-	-	-	-	-	-	0,0001

Приложение 4

Критические точки распределения χ^2

Число степеней свободы *k*	Уровень значимости α					
	0,01	**0,025**	**0,05**	**0,95**	**0,975**	**0,99**
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

Критические точки распределения Стьюдента

Число степеней свободы k	Уровень значимости α (двусторонняя критическая область)					
	0,1	**0,05**	**0,02**	**0,01**	**0,002**	**0,001**
1	6,31	12,7	31,82	63,7	318,3	637,0
2	2,92	4,30	6,97	9,92	22,33	31,6
3	2,35	3,18	4,54	5,84	10,22	12,9
4	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	5,89	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,40
8	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,03	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,96
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,51	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,49	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,74
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,72
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,44	3,71
27	1,71	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,17	3,37
∞	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,37
Число степеней свободы k	**0,05**	**0,025**	**0,01**	**0,005**	**0,001**	**0,0005**
	Уровень значимости α (односторонняя критическая область)					

Критические точки распределения Фишера-Снедекора

(k_1 - число степеней свободы большей дисперсии;
k_2 - число степеней свободы меньшей дисперсии)

Уровень значимости $\alpha = 0{,}01$

k_2	k_1 = 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	4052	4999	5403	5625	5764	5989	5928	5981	6022	6056	6082	6106
2	98,49	99,01	90,17	99,25	99,33	99,30	99,34	99,36	99,36	99,40	99,41	99,42
3	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,13	27,05
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,54	14,45	14,37
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,27	10,15	10,05	9,96	9,89
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62	6,54	6,47
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,74	5,67
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,26	5,18	5,11
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,78	4,71
11	9,86	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,86	3,80
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,61	3,55
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,44	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,52	3,45

Уровень значимости $\alpha = 0{,}05$

k_2	k_1 = 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,40	19,41
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,74
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,70	4,68
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,60	3,57
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,10	3,07
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,94	2,91
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,82	2,79
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,63	2,60
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,56	2,53
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45	2,41	2,38

Учебное издание

Репина Евгения Геннадьевна
Суханова Елена Ивановна

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА В ТАБЛИЧНОМ РЕДАКТОРЕ MS EXCEL

Практикум

Руководитель издательской группы О.В. Егорова
Редактор Г.И. Конева
Корректор Н.В. Дубовицкая
Компьютерная верстка А.Ю. Девяткиной

Подписано к изданию 10.12.2019. Печ. л. 4,06.
Самарский государственный экономический университет.
443090, Самара, ул. Советской Армии, 141.