

1. ПРИБЛИЖЕННЫЕ ЧИСЛА И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ

Решение задачи, полученное численными методами, обычно является приближенным, т.е. имеет некоторую погрешность. Источниками погрешности приближенного решения обычно являются:

- неполное соответствие математической модели реальному процессу или явлению;
- погрешность исходных данных модели;
- погрешность численных методов, используемых при анализе модели;
- погрешность округлений в арифметических и других действиях над числами.

Первые два типа погрешностей на этапе решения математической задачи устранить, как правило, невозможно, поэтому эти погрешности называются неустранимыми. Погрешности третьего типа можно регулировать путем выбора подходящего численного метода. Однако нужно иметь в виду, что зачастую при уменьшении погрешности численного метода увеличивается объем вычислений, а вместе с ним накапливается и погрешность вычислений (вычислительная погрешность). Поэтому при решении задачи численным методом всегда следует искать «золотую середину», когда все типы погрешностей (в том числе и погрешности первых двух типов) вносят примерно одинаковый вклад в погрешность окончательного результата.

В численных методах различают два типа погрешности: абсолютную и относительную. Абсолютной погрешностью Δ приближенного числа называется модуль разности между точным числом A и его приближением a . Информацию о том, что a является приближенным значением числа A с абсолютной погрешностью Δ , обычно записывают так: $A = a \pm \Delta$. Относительной погрешностью δ приближенного числа называется отношение абсолютной погрешности к модулю приближенного числа: $\delta = \frac{\Delta}{|a|}$. Можно

доказать, что при сложении и вычитании приближенных чисел складываются их абсолютные погрешности; при умножении и делении приближенных чисел друг на друга складываются их относительные погрешности; при возведении в степень приближенного числа его относительная умножается на показатель степени.

Значащими цифрами приближенного числа называются его десятичные цифры, отличные от нуля, и нули, если они располагаются правее ненулевой цифры. Все остальные нули, входящие в состав приближенного числа служат лишь для обозначения его десятичных разрядов и не причисляются к значащим цифрам. Например, в числе 0,00010280 четыре первых нуля не являются значащими, так как они служат лишь для установления разрядов других цифр; в то же время пятый и шестой нули относят к значащим цифрам. Итак, число 0,00010280 имеет 5 значащих цифр.

Говорят, что n первых значащих цифр (десятичных знаков) приближенного числа являются верными, если абсолютная погрешность этого числа не превосходит половины единицы разряда, выражаемого n -й значащей цифрой, считая слева направо. Таким образом, при сравнении точного числа с его правильно записанным приближенным первые $n-1$ значащих цифр должны совпадать, а последняя цифра может отличаться не более чем на 1.

Точность приближенного числа зависит не от общего количества значащих цифр, а от количества верных значащих цифр. В тех случаях, когда приближенное число содержит лишнее количество значащих цифр, прибегают к округлению. Обычно руководствуются правилом: при выполнении приближенных вычислений число значащих промежуточных результатов должно превышать число верных цифр не более чем на 1 или 2 знака. Окончательный результат должен содержать не более чем одну «сомнительную» цифру.